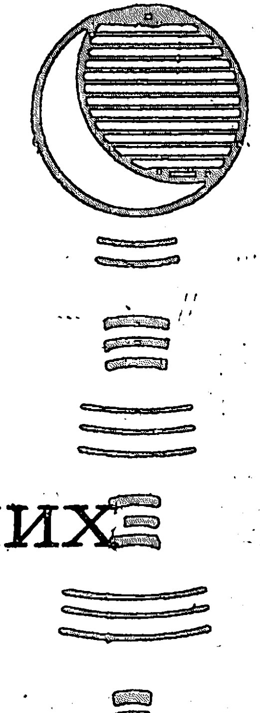
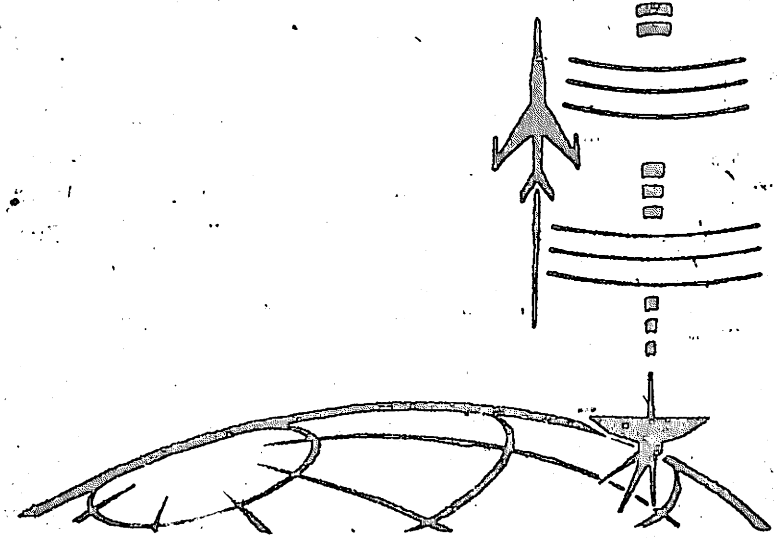
С. У. ГОНЧАРЕНКО,
Є. Л. КОРЖЕНЕВИЧ



задачі для фізичних олімпіад



ВИДАВНИЦТВО «РАДЯНСЬКА ШКОЛА» КИЇВ — 1967

53
Г65

У цій книжці вміщено понад 400 задач з різних розділів фізики. Задачі взято з числа тих, які було запропоновано учням середніх шкіл на олімпіадах: Всеросійській, Республіканській (УРСР), Всесибірській, Московській, Ленінградській і Кримській.

У збірнику вміщено також задачі фізичних олімпіад, проведених у Польщі і Чехословаччині.

Книжка буде корисною для вчителів середніх шкіл, а також для учнів, які побажають вивчати фізику глибше порівняно з вимогами програми середньої школи або готуватимуться до участі в олімпіадах юних фізиків чи до вступу у вищі учбові заклади.

6—5
307—67

ПЕРЕДМОВА

Після невеликої перерви Міністерство освіти УРСР знову відновило республіканські олімпіади юних фізиків. На заключний тур олімпіади, який проводиться в дні весняних шкільних канікул, з'їжджаються школярі, які досягли найкращих результатів на районних, міських і обласних олімпіадах

Проведення олімпіад дає змогу виявити найбільш здібних і зацікавлених фізикою учнів. Результати олімпіад свідчать про зростання якості знань учнів з фізики, про збільшення числа здібних юнаків і дівчат, що глибоко і серйозно оволодівають знаннями з фізики працюють самостійно над вивченням окремих фізичних проблем, розв'язують задачі з фізики, проводять дослідження тощо.

Проте аналіз розв'язків, які подають учасники олімпіад, свідчить про те, що учні здебільшого вміють розв'язувати задачі тільки шкільного типу. Вони не завжди можуть самостійно розібратися в більш-менш складному фізичному явищі, пояснити його і застосувати на практиці

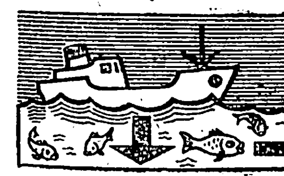
У зв'язку з цим виникла потреба в доступній формі ознайомити учнів, що цікавляться фізикою, з характером задач, які їм пропонують на олімпіадах У задачнику вміщено понад 400 різноманітних задач.

При складанні збірника використано задачі, що були запропоновані на різноманітних фізичних олімпіадах: Всеросійській, Республіканській УРСР, Всесибірській, Московській, Ленінградській, Київській, Кримській та інших міських і обласних олімпіадах, а також задачі фізичних олімпіад, що проводилися в Польщі, Чехословаччині та інших країнах.

Багато задач цього збірника для свого розв'язування потребують від учнів досить значних зусиль і доброї кмітливості. Для полегшення роботи над задачами до них подано короткі пояснення. Проте рекомендуємо вдаватися до готових пояснень лише після тривалих спроб самостійно знайти розв'язання; лише в цьому разі робота над задачею справді буде корисною. Не треба впадати в розпач, якщо ту або іншу задачу не вдасться зразу розв'язати самостійно.

У збірнику подано лише один з можливих варіантів розв'язання або вказівка до нього. Читачі можуть знайти інші, можливо, раціональніші варіанти.

У збірнику спочатку вміщено задачі для учнів VI—VIII, а потім IX—X класів. У кінці наведено задачі, які були запропоновані на Республіканській олімпіаді юних фізиків, проведеній у 1964 р. в Харкові. Для цих задач подано повні розв'язування.



Задачі для учнів VI—VIII

VI КЛАС

1. Ящик для зберігання зерна має довжину 22 *м*, ширину 1 *м* і висоту 0,8 *м*. Скільки 80-кілограмових мішків пшениці можна насипати в цей ящик, якщо об'ємна вага насипаної пшениці 0,7 *Т/м*^{3}?

2. Скільки автомашин ГАЗ-51 шлаку треба привезти для укладання бігової доріжки стадіону, якщо довжина її 400 *м*, ширина 4 *м*, а товщина шлакового насипу має бути 10 *см*? Питома вага шлаку 1,9 *Г/см*^{3}. Вантажність автомашини ГАЗ-51 дорівнює 2,5 *Т*

3 Інструментальний цех має завдання виготовити 150 різців. Довжина стебла різця 270 *мм*, ширина 50 *мм* і висота 45 *мм*. Скільки кілограмів сталі на це потрібно, якщо 10% її перетворюється в стружку? Питома вага сталі 7,8 *Г/см*^{3}

4. Як знайти вагу тіла без терезів? Що для цього треба знати? Як знайти потрібні для цього дані?

5. Як за допомогою терезів можна визначити площу будь-якої плоскої фігури, вирізаної з картону, жерсті або іншого матеріалу?

6 Чому дорівнює питома вага повітря в кабіні космічного корабля, коли він рухається по орбіті навколо Землі?

7 В куску кварца є невеликий самородок золота Вага куска 102,5 *Г*, а питома вага — 7,98 *Г/см*^{3} Визначити вагу золота, що міститься в кварці, якщо питома вага кварцу 2,65 *Г/см*^{3}, а золота — 19,36 *Г/см*^{3}.

8. Фабричний димар зроблено з цегли, питома вага якої 2 $Г/см^3$. Який тиск на фундамент створює димар заввишки 90 $м$? Який запас міцності при цьому взято, якщо руйнуюче навантаження на цеглу 270 $кГ/см^2$?

9. Який тиск на рейки створює двовісний вагон при повному навантаженні, коли площа дотику одного колеса до рейки дорівнює 5 $см^2$? Вантажність вагона 20 $Т$, тара важить 19,4 $Т$.

10. По дільниці з в'язким болотистим грунтом пройшов трактор, тиск якого на грунт становив 0,48 $кГ/см^2$. Чи пройде по цій дільниці другий трактор вагою 28 $Т$, в якого опорна площа кожної з гусениць дорівнює 3,5 $м^2$?

11. Знайти площу поперечного перерізу кожного з 8 однакових болтів, якими скріплюється кришка парового котла з корпусом, коли площа внутрішньої сторони кришки дорівнює 2500 $см^2$; робочий тиск пари всередині котла 16 $ат$, а припустимий тиск на болт 500 $кГ/см^2$.

12. На шальці терезів стоїть посудина з водою, а на другій шальці — штатив, на перекладині якого підвішено на нитці якесь тіло. Поки тіло не занурено у воду, терези знаходяться в рівновазі (рис. 1). Потім нитку подовжують так, що тіло повністю занурюється у воду. При цьому рівновага порушується. Що потрібно зробити, щоб відновити рівновагу?

13. На терезах зрівноважується банка з водою, в якій плаває водяна криса. З штанги, укріпленої на другій шальці терезів, звисає вірьовка до поверхні води. Криса починає лізти по вірьовці (рис. 2). Чи збережеться при цьому рівновага терезів?

14. У склянці, наповненій до країв водою, плаває кусок льоду. Чи переллється вода через край, коли лід розтане? Що станеться, якщо в склянці буде не вода, а: 1) рідина з більшою питомою вагою, ніж вода; 2) рідина з меншою питомою вагою?

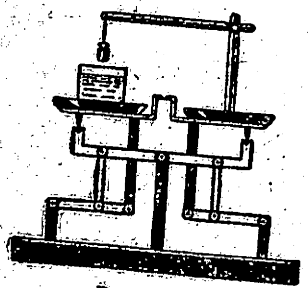


Рис. 1.

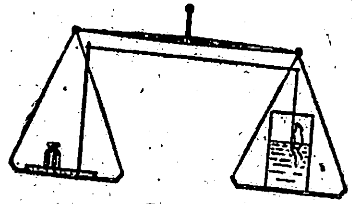


Рис. 2.

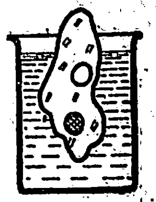


Рис. 3.

15. Всередині куска льоду, що плаває в посудині з водою, зроблено дві однакові порожнини. Одна порожнина заповнена речовиною, яка не розчиняється у воді і питома вага якої вдвічі більша за питому вагу льоду (рис. 3). Чи зміниться рівень води в посудині, коли лід розтане?

16. Довжина порома 15 $м$, ширина 4 $м$. На скільки зросла осадка порома, коли на нього виїхав вантажний автомобіль вагою 3 $Т$? Пором має форму паралелепіпеда.

17. Технік водопровідної мережі виміряв тиск у водопроводі на першому поверсі будинку. Виявилось, що тиск становить 0,8 $кГ/см^2$. До якої висоти може піднятися вода у водопроводі?

18. Яка повинна бути площа плоскої крижини товщиною $h = 40$ $см$, щоб вона утримала на річковій воді вантаж вагою 100 $кГ$? Глибина занурення крижини повинна бути $h_1 = 38$ $см$. Питома вага льоду $d_1 = 0{,}9$ $Г/см^3$.

19. У морі плаває айсберг, частина якого об'ємом 195 $м^3$ знаходиться над водою. Визначити об'єм усього айсберга і його підводної частини. Питома вага льоду $d_1 = 0{,}9$ $Г/см^3$, морської води — $d_2 = 1{,}03$ $Г/см^3$.

20. На будівництві Куйбишевської ГЕС працювали плавучі землесосні снаряди. Переріз прямокутного корпусу одного з потужних земснарядів марки «500-608» 37 $м \times 11$ $м$. Осадка земснаряда у воді становить 1 $м$. Скільки важить такий земснаряд?

21. Обчислити, який найменший кусок дерева потрібно взяти, щоб, тримаючись за нього, ви могли плавти так, щоб голова і плечі $\left(\frac{1}{8}\right.$ вашого об'єму$\left.\right)$ були над водою. Питома вага дерева 0,6 $кГ/см^3$, людини — 1,075 $кГ/см^3$.

22. Корабель водовантажністю 23 000 $т$ має площу перерізу по ватерлінії 4500 $м^2$. Цей корабель переходить з прісної води в океанську. На скільки зміниться глибина осадки корабля? Стінки корабля поблизу ватерлінії вертикальні. Питома вага океанської води 1,05 $Г/см^3$.

23. Суцільна дерев'яна куля, плаваючи на воді, за-

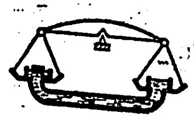


Рис. 4.

нурюється в неї на глибину, що дорівнює її радіусу. Чому дорівнює питома вага дерева, з якого зроблена ця куля?

24. Аеростат об'ємом 20 000 $м^3$ наповнено воднем, питома вага якого 0,09 $кГ/м^3$. При цьому його підіймальна сила дорівнює 2500 $кГ$. На скільки вона зменшиться, якщо наповнити аеростат гелієм (питома вага його в 2 рази більша, ніж водню)? Чому дорівнює вага оболонки і гондоли? Питому вагу повітря вважати такою, що дорівнює 1,29 $кГ/м^3$.

25. На одну шальку терезів поставлено до країв наповнене водою відро, на другу — таке саме відро, теж наповнене до країв, але в ньому плаває шматок дерева. Чи будуть терези при цьому в рівновазі?

26. Дві однакові посудини з водою зрівноважили на терезах. Посудини з'єднані гнучкою трубкою (рис. 4). В одну з посудин опускають кусок дерева. Чи зміниться при цьому рівновага терезів?

27. У дні плоскодонної баржі на глибині 1,8 $м$ від рівня води утворилася пробоїна площею 200 $см^2$. З якою силою треба тиснути на дошку, якою закрито отвір, щоб утримати напір води? Вага дошки 3 $кГ$.

28. Яка вага скляного кубика в гасі, якщо його об'єм 10 $см^3$, і він повністю занурений у гас? Питома вага скла 2,6 $Г/см^3$, а гасу 0,8 $Г/см^3$.

29. У посудині з водою плаває чашка. Як зміниться рівень води, коли чашку повністю занурити? Розглянути випадки, коли чашки однакового розміру і зроблено з фарфору і дерева.

30. Жерстяна банка, на дні якої лежить кусочок заліза, плаває на поверхні води. При цьому рівень води в посудині встановлюється на висоті H. Більший чи менший від H буде рівень H_1, якщо кусочок заліза з банки перекласти на дно посудини?

31. Кусочок металу вагою 780 $Г$ у воді важить 680 $Г$, у бензині 710 $Г$ і в гасі 700 $Г$. Визначити питому вагу бензину і гасу.

32. Підводний човен, опустившись на м'який грунт (мулисте дно), часом з великими труднощами відривається від нього. Чому?

33. Тіло, яке має форму куба із стороною 1 $м$, пла-

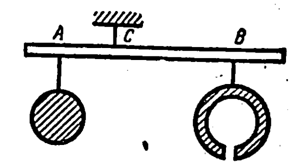


Рис. 5.

ває у воді так, що глибина занурення нижньої грані дорівнює 25 $см$. Після того як на тіло поклали камінь об'ємом 10 $дм^3$, глибина занурення нижньої грані збільшилась на 2 $см$. Знайти питому вагу речовини куба і каменя.

34. Чому розлиті на підлозі гас і бензин, що горять, не можна погасити водою?

35. Яку вагу матиме у воді і в гасі кусок свинцю, який у повітрі важить 2 $кГ$?

36. Дві кулі зрівноважені на металевому стержні AB і занурені на 1 $м$ у воду. Одна з куль — суцільна; друга — порожниста, має вузенький отвір знизу і наповнена повітрям (рис. 5). Чи зміниться рівновага, якщо ці кулі занурити на глибину 10 $м$ від рівня води?

37. Кусок корка вагою $P_к = 1{,}2$ $Г$ прив'язаний до куска заліза, вага якого $P_з = 11{,}7$ $Г$ (рис. 6). Якщо занурити ці зв'язані тіла у воду, вага їх буде $P = 6{,}4$ $Г$. Визначити питому вагу корка, якщо питома вага заліза 7,8 $Г/см^3$.

38. Чому пароплав, пропливаючи над рибами, не роздавлює їх своєю вагою?

39. У чашку з малою основою налили води і обережно опустили на середину дерев'яну кульку (рис. 7). Чи перекинеться чашка, якщо кульку плавно перемістити до її краю?

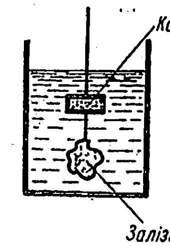


Рис. 6.

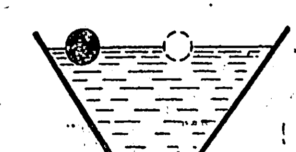


Рис. 7.

40. Спостерігач, що стоїть на полотні залізниці, побачив пару над свистком паровоза, що наближається по прямолінійній дільниці шляху, і через 3 *сек* почув свист. Через 1 *хв* паровоз пройшов повз спостерігача. Яка швидкість руху паровоза? Швидкість звуку 340 *м/сек*.

41. У 1946 р з Землі на Місяць було послано радіосигнал, який, відбившись, повернувся на Землю через 2,56 *сек*. Швидкість поширення радіохвиль становить 300 000 *км/сек*. За який час таку саму відстань пройшов би сучасний реактивний літак, що рухається з швидкістю 400 *м/сек*?

42. Стіл стругального верстата рухається вперед, тобто наближається до різця, з швидкістю 0,12 *м/сек*, а назад — з швидкістю, вдвічі більшою. Скільки потрібно часу, щоб обробити площину, довжина якої 2,7 *м*, а ширина 40 *см*, якщо ширина стружки 2 *мм* і різець знімає стружку лише коли стіл рухається в один бік (уперед)?

43. По шосе паралельно залізниці їде велосипедист із середньою швидкістю 12 *км/год*. В певний момент його наздоганяє поїзд довжиною 140 *м* і обганяє велосипедиста за 8 *сек*. Обчислити швидкість поїзда.

44. На першій половині шляху автобус рухався з швидкістю у 8 раз більшою, ніж на другій. Середня швидкість автобуса на всьому шляху $v_{ср} = 16$ *км/год*. Визначити швидкість автобуса на обох половинах шляху.

45. Плавець пливе проти течії річки і зустрічає порожній човен, що пливе за течією. Плавець продовжує пливти ще 30 *хв* після моменту зустрічі, а потім повертає назад і наздоганяє човен за 3 *км* від місця зустрічі. Визначити швидкість течії річки.

46. В яких випадках лебідь, рак і щука не зрушать воза, якщо вважати, що їх сили рівні і що тертя між возом і землею не існує?

47. Піднімаючи вантаж 60 *кГ* по похилій площині довжиною 3 *м*, прикладають силу 40 *кГ*. Знайти висоту похилої площини, якщо сила тертя між вантажем і похилою площиною становить 10 *кГ*.

48. Парашутист, спускаючись, підтягує передні стропи парашута. В який бік він полетить?

49. Автобус проїхав відстань від пункту *А* до пункту *В* з швидкістю 40 *км/год*, а назад — з швидкістю 60 *км/год*. Яка середня швидкість рейсу?

50. Під час польоту змінюється вага літака внаслідок згоряння палива. Чи не змінюється при цьому положення центра ваги літака? Дати пояснення.

51. Від одного кінця однорідної труби відрізали 10 *см*, а від другого 60 *см*. Куди і на скільки перемістився центр ваги частини труби, що залишилася?

52. Є дві чавунні плити однакової ваги. Довжина однієї плити вдвічі більша від довжини другої. Обидві плити піднімають за край і, повертаючи навколо ребра, яке є шириною плити, ставлять вертикально. Для піднімання якої плити потрібна більша сила? Для піднімання якої плити треба виконати більшу роботу?

53. З якою найбільшою швидкістю трактор ДТ-54 може переміщати два комбайни, якщо потужність трактора 54 *квт*, а сила тяги, необхідна для переміщення одного комбайна, 1000 *кГ*?

54. У циліндричній однорідній трубці розміщена пробка товщиною *a* і на відстані *a* від краю трубки (рис. 8). Яку роботу треба виконати, щоб витягти пробку в напрямі, показаному стрілкою, якщо сила тертя між трубкою і пробкою дорівнює *F*? Вагою пробки нехтувати.

55. Яку мінімальну роботу треба виконати, щоб довгу дошку, яка лежить на землі, повернути навколо одного із її кінців на кут α? Довжина дошки *l*, вага *P*, коефіцієнт тертя між дошкою і землею *k*.

56. Невагомий циліндр діаметром *D* і висотою *h* занурюють вертикально спочатку у воду, а потім у ртуть до тих пір, поки верхня основа циліндра і поверхня рідини не будуть на одному рівні. Визначте різницю робіт, виконуваних при цих зануреннях.

57. Через нерухомий блок перекинута вірьовка. На одному кінці вірьовки, тримаючись руками, висить людина, а на другому — вантаж. Вага вантажу дорівнює вазі людини. Що станеться, якщо людина буде на руках підтягуватися вгору по вірьовці?

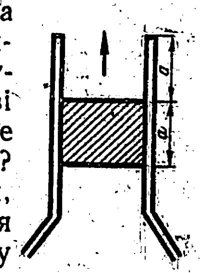


Рис. 8.

58. Якщо людина стоїть біля стінки так, що її права нога і праве плече впираються в стінку, то вона не зможе підняти ліву ногу. Чому?

59. У посудині є 500 *г* льоду. Скільки льоду і води буде в посудині через якийсь час після того, як до неї доллють ще 200 *г* води, нагрітої до 90°? Температура льоду і середовища 0°.

60. У калориметр з 2,5 *л* води при температурі 5° С помістили 800 *г* льоду. Коли температура води перестала змінюватися, виявилося, що льоду стало на 64 *г* більше, ніж на початку досліду. Визначити початкову температуру льоду. Обміном теплотою з навколишнім середовищем нехтувати.

61. Чому взимку особливо холодно в ясну погоду, а коли небо закрите хмарами або йде сніг, звичайно тепліше?

62. Є дві однакові посудини, в яких міститься по одному літру води, температура якої 20° С. В одну з посудин опущено залізну гирю, а в другу — мідну. Маса кожної з гир 100 *г*, а температура 100° С. В якій посудині і на скільки градусів більше нагрівається вода?

63. Щоб нагріти каструлю з водою, нагрівник розміщують унизу, наприклад, ставлять її на плиту. Бажаючи охолодити каструлю з гарячою водою якомога швидше, господарка поставила її на лід. Чи правильно зробила господарка?

64. Накреслити графік залежності температури від часу для куска міді масою 100 *г*, який дістає від нагрівника щохвилини 910 *кал*. Початкова температура 20° С. Тепловіддачею в навколишній простір нехтувати. Змін питомої теплоємності при нагріванні не враховувати.

65. Чому в пустинях бувають жаркі дні і холодні ночі?

66. Яку кількість бензину витратили двигуни літака, що пролетів відстань 500 *км* із середньою швидкістю 250 *км/год*, якщо середня потужність його двигунів становить 2000 *квт*? К. к. д. двигунів 25%. Теплота згоряння бензину $q = 4{,}6 \cdot 10^7$ *дж/кг*.

67. В установці для дистилювання води мідний холодильник масою 600 *г* складається з посудини і опущеної в неї трубки, зігнутої у вигляді спіралі. В посудині було 2 *кг* води і 500 *г* льоду при 0° С. Скільки конденсувалося пари, що проходить по трубці, якщо весь лід розтав і вода в холодильнику нагрілась до 80°? Як змінювався рівень води в холодильнику порівняно з початковим?

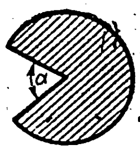


Рис. 9.

68. Один кілограм льоду, взятого при температурі — 40° С, рівномірно нагрівають до + 60° С, надаючи йому 2 *ккал* тепла щохвилини. Накресліть графік залежності температури від часу для цього процесу. Питома теплота плавлення льоду 80 *ккал/кг*.

69. Чи можна закип'ятити воду, підігріваючи її парою при температурі 100° С?

70. Одну пляшку з водою покладено на лід при 0° С, другу — у воду при 0° С. Чи замерзне вода в якійсь з цих пляшок?

71. Залізобетон являє собою з'єднання бетону і залізної арматури в єдину конструкцію. Чому як арматуру використовують лише залізо, а не інші метали?

72. У металевому диску зробили виріз у вигляді сектора (рис. 9). Як зміниться кут α, що характеризує цей виріз, якщо диск нагріти?

73. Для визначення температури печі в ній нагрівають залізне кільце і кидають у посудину з водою. Визначити температуру печі, якщо маса нагрітого залізного кільця 0,6 *кг*, а 5,65 *кг* води в посудині нагрівається від 7,2 до 13,2° С. Втратою тепла на нагрівання посудини нехтувати. Питома теплоємність заліза 0,11 *кал/г·град*.

74. Склянку гарячої води потрібно якомога сильніше охолодити за 10 *хв*. Що доцільніше: спочатку покласти у воду ложечку снігу, а потім поставити на 10 *хв* охолоджуватися, чи дати охолонути протягом цього часу, а потім покласти таку ж кількість снігу?

75. Питома теплота пароутворення води значно більша, ніж ефіру. Чому ж ефір, налитий на руку, створює значно сильніше охолодження, ніж вода?

VIII КЛАС

76. Оглядачі поїздів на залізничних станціях, перевіряючи стан коліс вагонів, ударяють по ободу колеса молоточком. Що цим контролюють? На що звертає увагу оглядач у момент удару молоточком по ободу колеса?

77. У пляшку ллють воду. При цьому створюється шум, в якому можна відчути певний тон. В міру наповнення пляшки цей тон підвищується. Чим це можна пояснити?

78. Відомо, що однойменні заряди відштовхуються, а різнойменні притягуються. Чому ж до наелектризованої ебонітової палички притягуються легенькі пушинки, дрібненькі клаптики паперу, хоч їх і не електризували? Чому потім вони знову починають відпадати?

79. Кінопроекційна лампа потужністю 300 *вт* розрахована на напругу 110 *в*. Який додатковий опір треба ввести в коло, щоб цю лампу можна було увімкнути в мережу з напругою 127 *в*?

80. Кусок мідної дротини з площею поперечного перерізу 0,5 *мм*² розрізали на 7 рівних частин. При паралельному з'єднанні цих частин загальний опір становить 1 *ом*. Знайти початкову довжину дротини. Питомий опір міді $\rho = 0{,}017\ \frac{ом \cdot мм^2}{м}$.

81. Дротину, що має опір 200 *ом*, розрізали на однакові частини. З'єднавши ці частини паралельно, дістали опір 2 *ом*. На скільки частин розрізали дротину?

82. Дві дротини — алюмінієва з перерізом 2 *мм*² і мідна з перерізом 1 *мм*² — мають однакову вагу. Яка дротина має більший опір? Питомий опір алюмінію $\rho_1 = 0{,}028\ \frac{ом \cdot мм^2}{м}$.

83. Як виміряти напругу міської мережі, що перевищує 200 *в*, коли є вольтметри з шкалами до 150 *в*? Пояснити наслідки вимірювання.

84. Електрична плитка працює під напругою $U_1 = 220$ *в* і споживає потужність $N = 400$ *вт*. Як треба переробити спіраль плитки, щоб вона споживала таку саму потужність, але під напругою $U_2 = 110$ *в*?

85. Електричний ліхтар, що потребує для горіння напругу 40 *в* при силі струму 5 *а*, вмикається в коло з напругою 220 *в*, причому зайва напруга спадає на реостаті. Визначити довжину константанового дроту діаметром 1,5 *мм*², витраченого на виготовлення реостата. Питомий опір константану $\rho = 0{,}48\ \frac{ом \cdot мм^2}{м}$.

86. Яка величина пускових опорів електровоза, якщо опір кожного з шести його тягових двигунів 0,255 *ом*? Напруга в контактній мережі 3000 *в*, максимально допустима сила струму в період пуску 300 *а* і двигуни в цей час з'єднані послідовно

87. З котушок опором по 10 *ом* треба скласти коло з опором 6 *ом*, користуючись мінімальною кількістю котушок.

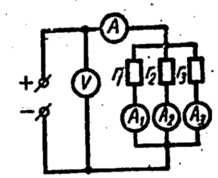


Рис. 10.

88. Чому при вмиканні електроплитки в квартирі яскравість свічення ламп розжарення спочатку зменшується, а потім зростає майже до попереднього значення?

89. Електрична плитка потужністю 550 *вт*, розрахована на напругу 220 *в*, увімкнена в мережу з напругою 127 *в*. Яку вона споживає при цьому потужність? На яку частину треба укоротити спіраль плитки щоб вона при вмиканні в мережу з напругою 127 *в* споживала потужність 550 *вт*?

90. Вольтметр показує напругу 120 *в* (рис. 10). Опори, увімкнуті в коло, будуть: $r_1 = 10$ *ом*; $r_2 = 12$ *ом* і $r_3 = 20$ *ом*. Визначити покази амперметрів A_1, A_2 і A_3.

91. Дві лампи — 25 *вт* і 100 *вт* — розраховані на однакову напругу. Яка з них матиме вищу температуру нитки розжарення при вмиканні їх послідовно в коло з напругою, на яку вони розраховані? Чому?

92. Електричний чайник закипає через 15 *хв* після вмикання його в коло. Нагрівний елемент намотано з 6 *м* дроту. Як потрібно переробити нагрівний елемент, щоб цей чайник закипав через 10 *хв* після вмикання? Втратами тепла в навколишній простір нехтувати.

93. У мережу з напругою 220 *в* увімкнули послідовно дві лампочки на 127 *в*. При нормальній напрузі (127 *в*) ці лампочки споживають 60 *вт* і 80 *вт*. Як світитимуть ці лампочки?

94. З двох однакових за розміром півкілець, що мають різні електричні опори, виготовлено кільце. Знайти відношення опору кільця при ввімкненні його між точками *A* і *B* до опору кільця при ввімкненні між точками *C* і *D* (рис. 11). Опір півкільця *ADB* вдвічі більший за опір півкільця *ACB*.

95. Пластинку, спаяну з міді і заліза, закріплено на кінці *A* нерухомо і увімкнуто в коло електричного струму (рис. 12). Пояснити, що відбудеться в колі при проходженні досить великого струму, якщо кінець проводу в точці *C* нерухомий і в початковий момент дотикається до пластинки.

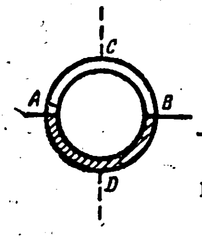


Рис. 11.

96. Чотири лампи ($N_1 = 50$ *вт*, $N_2 = 25$ *вт*, $N_3 = 100$ *вт* і $N_4 = 50$ *вт*) увімкнуті в коло так, як показано на рис 13. До точок A і B підведено напругу. на яку розрахована кожна з цих лампочок. В якій з цих лампочок виділятиметься більше теплоти?

97. У скляну трубку з ртуттю вставили мідний стержень (рис. 14). У ртутного стовпчика кільцевого перерізу виявились однаковими з мідним стержнем довжина і площа поперечного перерізу. Знайти відношення опору системи стержень — ртуть, коли стержень дотикається до поверхні ртуті, до опору системи, коли стержень знаходиться в ртуті. Питомі опори взяти такі: міді $\rho_1 = 0{,}02$ *ом · мм²/м*; ртуті $\rho_2 = 1$ *ом · мм²/м*.

98. Якого діаметра треба взяти мідний провід для прокладання лінії від електростанції до споживача загальною довжиною 1 *км*, щоб передавати споживачу потужність 8 *квт*? Напруга на шинах електростанції 130 *в*, припустимі втрати напруги на лінії $p = 8\%$. Питомий опір міді $\rho = 0{,}0175$ *ом · мм²/м*.

99. Електричний струм проходить по залізній спіралі і нагріває її. Частину нагрітої спіралі занурюють у воду. Як зміниться при цьому ступінь нагрівання надводної частини спіралі?

100. Плавкий запобіжник розраховано на силу струму 10 *а* при напрузі 120 *в*. Довжина свинцевої дротини запобіжника 5 *см*. Якої товщини має бути ця дротина, коли на її нагрівання йде 70% тепла і вимикання здійснюється через 1 *сек*? Початкова температура дротини 27° С, точка плавлення свинцю 327° С; питома теплоємність свинцю 0,03 *кал/г · град*; густина свинцю 11,4 *г/см³*.

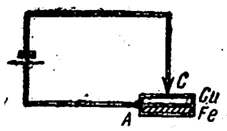


Рис. 12.

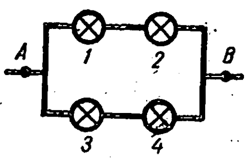


Рис. 13.

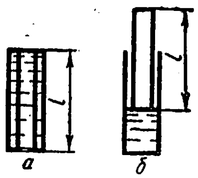


Рис. 14.

101. Від пункту A до пункту B, відстань між якими дорівнює 10 *км*, протягнута двопровідна лінія зв'язку з опором 800 *ом*. Знайти, на якій відстані від A відбулося замикання лінії, коли вольтметр, увімкнутий в коло біля пункту A, показує 10 *в*, а міліамперметр — 40 *ма*.

102. Вагон освітлюється п'ятьма лампочками, увімкнутими послідовно. Чи зменшиться витрата електроенергії, якщо зменшити кількість лампочок до чотирьох?

103. Дві 50-ватні і чотири 25-ватні лампочки розжарення розраховані на напругу 110 *в*. Як їх треба увімкнути в мережу з напругою 220 *в*, щоб вони горіли нормальним розжаренням?

104 Електричний дзвінок, увімкнутий послідовно з 40-ватною лампочкою, дзвонить дуже тихо. Якою лампочкою треба замінити 40-ватну: 25-ватною чи 60-ватною?

105. У нас є лише дві стальні пластинки Одна з них намагнічена. Як дізнатися, яка з них намагнічена?

106 Дано електричне коло (рис. 15), що складається з акумулятора і двох послідовно сполучених однакових опорів. Вольтметр, підключений до лівого, а потім до правого опору, показує напругу 4 *в*. Якщо включити вольтметр між точками A і B, вольтметр покаже 12 *в*. В чому тут річ? Хіба напруга на ділянці AB не є сумою напруг на ділянках AO і OB?

107. Намагнічена стальна смужка згинається в кільце так, що кінці її з'єднуються. Яке місце кільця притягуватиме залізні ошурки?

108. Є довгий прямий магніт За допомогою магнітної стрілки встановили, що на обох кінцях магніту знаходяться північні полюси. Пояснити, в чому секрет такого магніту і нарисувати його силові лінії.

109. Людина наближається до плоского дзеркала з швидкістю 1 *м/сек* З якою швидкістю вона наближається до свого зображення?

110. Якщо наблизити невеликий темний предмет до плоского дзеркала, то в ньому буде видно два зображення предмета Правда, друге зображення буде менш чітким. Чим можна пояснити утворення двох зображень?

111. Чому відкриті вікна будинків в ясний день здаються темними, коли дивитися з вулиці, незалежно від

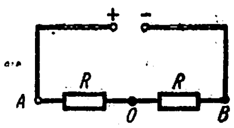


Рис. 15.

2 7-231

кольору стін? Що зміниться в спостережуваній картині, якщо на стіні проти вікна висить плоске дзеркало? Розміри вікна малі порівняно з розмірами кімнати.

112. Квадратне дзеркальце лежить на столі. Яку форму матиме сонячний зайчик від нього на вертикальній досить далеко розміщеній стіні?

113 Якщо покласти на середину блюдечка монету і сісти від нього на такій відстані, щоб монети не було видно, то можна, наливши води в блюдечко, знову її побачити. Чому?

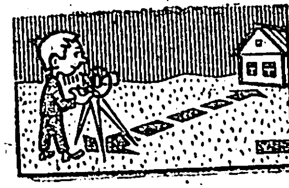
114. З двох годинникових стекол склеєно «повітряну» двоопуклу лінзу і опущено у воду. Збиратиме чи розсіюватиме промені така лінза? Як діятиме у воді склеєна таким чином «повітряна» двовгнута лінза?

115. Яку форму повинна була б мати передня поверхня рогівки ока, щоб воно однаково добре бачило і в повітрі і під водою?

116. Чи можна будь-яку збирну лінзу використати як лупу? Чому?

117 Чому в ясний сонячний день сонячні бліки під деревами нам здаються круглими, хоч проміжки між листками мають довільну форму?

118. Пояснити походження кольору: голубого неба, синього скла і синього паперу.



Задачі для учнів IX—X

МЕХАНІКА

119. Велосипедист, що рухається з швидкістю 15 *км/год*, виїхав з пункту *B*, який розташований від пункту *A* на відстані 10 *км*. Через 30 *хв* з пункту *A* виїхав у тому самому напрямі другий велосипедист, що рухається з швидкістю 20 *км/год*. Побудувати графіки руху велосипедистів і визначити за цими графіками час їх зустрічі. На якій відстані від пункту *A* другий велосипедист нaздожене першого. Рух вважати рівномірним.

120. За якої умови три велосипедисти, що рівномірно рухаються по сторонах прямого кута і його бісектрисі, залишатимуться весь час на одній прямій, перпендикулярній до бісектриси кута?

121. Човен пливе по річці з пункту *A* в пункт *B* і назад. Відстань між *A* і *B* дорівнює a; швидкість течії річки дорівнює v. Якою повинна бути швидкість човна, щоб затрачений час був менший від t?

122. Колона військ рухається по шосе з швидкістю v_1, розтягнувшись на відстань s. Командир знаходиться позаду і посилає мотоцикліста з розпорядженням головному вагонові. Мотоцикліст вирушає з швидкістю v_2 і, передавши розпорядження, відразу повертається (з тією самою швидкістю). Через який час він буде біля командира?

Чи зміниться цей час, якщо командир знаходиться в голові колони і посилає наказ загонові, що замикає колону?

123. Людина в човні перепливає річку, відправляючись з пункту A. Якщо вона триматиме курс перпендикулярно до берегів, то через $t_1 = 10$ *хв* після відправлення потрапить у пункт C розташований 120 *м* нижче точки B по течії річки. Якщо ж людина триматиме курс під кутом α до прямої AB (AB — перпендикулярна до берегів) проти течії, то через $t_2 = 12{,}5$ *хв* потрапить у точку B.

Визначити ширину річки l, швидкість човна u відносно води, швидкість течії річки v і кут α, під яким пливла людина в другому випадку. Швидкість руху човна відносно води постійна і однакова за величиною в обох випадках.

124. Скільки потрібно часу, щоб катер двічі переплив річку: один раз по найкоротшому шляху, а другий раз, — затративши найменше часу? Швидкість річки v, ширина річки a, швидкість катера відносно води u, причому $u > v$.

125. Велосипедист проїхав першу половину шляху з швидкістю $v_1 = 24$ *км/год*, а другу половину — з швидкістю v_2. Визначити швидкість v_2, якщо відомо, що середня швидкість його руху на всьому шляху $v_{ср} = 12$ *км/год*?

126. З точки, що лежить на верхньому кінці вертикального діаметра якогось кола, по жолобах, встановлених вздовж різних хорд цього кола, одночасно починають ковзати без тертя тягарі. Довести, що всі тягарі досягнуть кола одночасно.

127. Визначити швидкість, з якою кинуто тіло вертикально вгору, якщо воно протягом 2 *сек* двічі побувало на половині свого найвищого підйому?

128. Два тіла падають з однакової висоти h; одне без початкової швидкості, а друге з початковою швидкістю v. Чому дорівнює ця швидкість, якщо друге тіло досягає землі в k раз швидше від першого? Розглянути окремі випадки: $k_1 = 2$ і $k_2 = 0{,}5$.

129. З даху будинку висотою $H = 8$ *м* через однакові проміжки часу падають краплі води, причому перша ударяється об землю тоді, коли п'ята відривається від даху. Знайти відстань між краплями в момент, коли перша крапля вдаряється об землю.

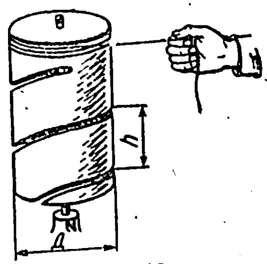


Рис. 16.

130. Тіла A і B кинуто вертикально вгору. Найбільша висота, якої досягло тіло A, виявилася в 4 рази більшою за висоту, якої досягло тіло B. Визначити відношення початкових швидкостей (опором середовища нехтувати).

131. На аеростаті, на висоті 300 *м* від поверхні землі, перерізали канат, на якому висів баластний мішок з піском. Через який час мішок упаде на землю, якщо: 1) аеростат піднімався з швидкістю $v_0 = 5$ *м/сек*; 2) аеростат опускався з швидкістю $v_0 = 5$ *м/сек*; 3) аеростат був нерухомий? Вважати, що $g = 10$ *м/сек*^{2}.

132. З повітряної кулі, що опускається вниз з постійною швидкістю $v_0 = 2$ *м/сек*, кинули вертикально вгору відносно землі камінь з швидкістю $v = 18$ *м/сек*. Яка відстань буде між кулею і каменем, коли камінь досягне найвищої точки свого польоту? Через який час камінь пролетить повз кулю, падаючи вниз? Опором повітря нехтувати.

133. У гвинтовий жолоб (рис. 16) покладено важку кульку. З яким прискоренням потрібно тягнути нитку, накручену на циліндр з жолобом, щоб кулька падала вільно, якщо діаметр циліндра D, а крок гвинтового жолоба h?

134. Польові гармати стріляють на полігоні. Якою буде найменша висота безпечного польоту літаків над полігоном, якщо початкова швидкість снаряда $v_0 = 800$ *м/сек* і стрільба ведеться при куті підвищення $\alpha = 15°$ до горизонту? Опору повітря не враховувати.

135. Камінь, кинутий з висоти $h = 2{,}1$ *м* над поверхнею землі під кутом $\alpha = 45°$ до горизонту, упав на землю на відстані $s = 42$ *м* від місця кидання, рахуючи по горизонталі. З якою швидкістю було кинуто камінь, як довго він летів і на якій максимальній висоті він був?

136. З певної висоти вільно падає кулька на похилу площину, кут нахилу якої до горизонту становить 15°. У вершині кута похилої площини встановлено вертикальний екран, в якому зроблено отвір на висоті 27 *см* від

основи площини. Кулька падає на похилу площину на відстані 20 *см* від екрана. З якої висоти повинна впасти кулька на площину, щоб після відбивання вона пролетіла через отвір? Вважати кульку і площину абсолютно пружними.

137. Дві однакові абсолютно пружні кульки зв'язані нерозтяжною ниткою завдовжки l. Першу кульку відпускають. Коли нитка натягується, відпускають другу кульку. Яку відстань пролетять кульки до n-го співудару?

138. При випробуванні реактивного снаряда, встановленого у хвості літака для його захисту від нападу ззаду, було виявлено дивний факт. Випущений снаряд розвертався і доганяв літак. Як можна пояснити це явище?

139. Кулька, якій надано горизонтальної швидкості u, падає з висоти h на горизонтальну плиту. Відбувається удар, при якому втрачається якась частина енергії. Відношення вертикальної складової швидкості після удару до її значення до удару дорівнює α. Визначити, на якій відстані l від місця кидання стрибки припиняться. Вважати, що тертя відсутнє і що горизонтальна складова швидкості кульки не змінюється.

140. Чому хвостове оперення у швидкісних літаків встановлюють значно вище площини крил?

141. Вертикально вгору вистрелили з гармати. Початкова швидкість снаряда дорівнює v_0. На висоті, що дорівнює половині максимальної висоти підйому цілого снаряда, снаряд розірвався на дві однакові частини. Одна з них через час t_0 після вибуху упала на землю поблизу точки, з якої стріляли. Визначити відносну швидкість осколків у момент вибуху.

142. На візку лежить куб з ребром b (рис. 17). З яким

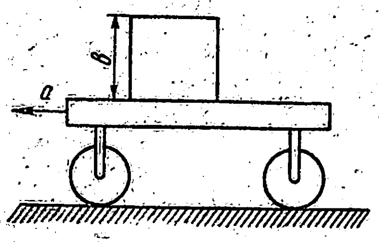


Рис. 17.

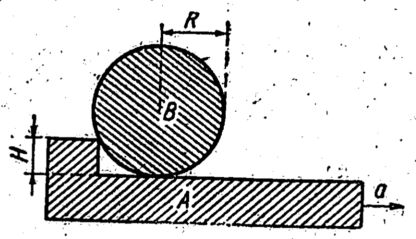


Рис. 18.

прискоренням a треба рухати візок, щоб куб перекинувся? Тертя між кубом і візком велике.

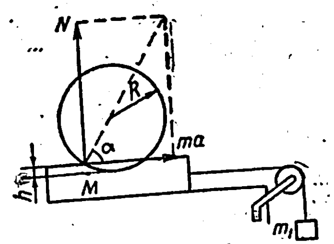


Рис. 19.

143. Горизонтальна дошка A має виступ висотою H, на який спирається однорідний циліндр B, що вільно лежить на дошці, радіус якого $R > H$ (рис. 18). Дошку рухають у горизонтальному напрямі з прискоренням a. Визначити максимальне значення цього прискорення, при якому циліндр ще не перекочується через виступ.

144. У бруску, що лежить на гладенькому столі, зроблено сферичну виїмку радіусом R, в якій лежить кулька з таким самим радіусом R (рис. 19). Якої маси тягар потрібно підвісити до нитки, перекинутої через блок і прив'язаної до бруска, щоб кулька під час руху бруска викотилася з виїмки? Маса бруска M, маса кульки m і глибина виїмки h. Тертям нехтувати.

145. Через нерухомий блок перекинуто вірьовку, до одного кінця якої підвішено тягар $P_1 = 9{,}8$ *н*, а до другого кінця прив'язано динамометр, на гачку якого підвішено вантаж $P_2 = 39{,}2$ *н*. Визначити: 1) прискорення, з яким рухатимуться вантажі; 2) що показуватиме динамометр. Тертям, а також вагою динамометра і вірьовки нехтувати.

146. Дано систему рухомих важків, зв'язаних між собою нерозтяжною ниткою. Між важками P_0 і P_2 закріплено динамометр D, який показує 13,6 *н* (рис. 20). Нехтуючи масою динамометра і тертям у блоках, визначити коефіцієнт тертя між важком P_0 і поверхнею стола, якщо $P_1 = 19{,}6$ *н*; $P_0 = 4{,}9$ *н* і $P_2 = 12{,}7$ *н*.

147. На горизонтальній гладенькій площині лежить вантаж $P = 98$ *н*; до нього на нитці, перекинутій через нерухомий блок, підвішений вертикально вантаж $Q = 49$ *н*. Початкова швидкість усієї системи дорівнює нулю. Визначити, на яку відстань опуститься вантаж Q за час $t = 0{,}25$ *сек*. Як зміниться відповідь задачі, якщо коефіцієнт тертя вантажу P по площині дорівнюватиме $k=0{,}08$?

148. Блок з двома рухомими важками підвішено до коромисла терезів і зрівноважено гирею 19,6 *н* (рис. 21).

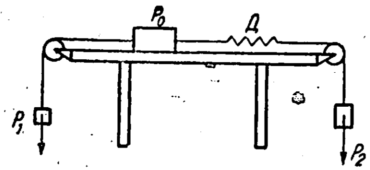


Рис. 20.

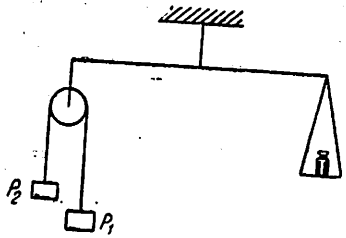


Рис. 21.

Знаючи, що вага правого важка $P_1 = 7{,}84$ *н*, визначити вагу лівого важка P_2. Масою блока нехтувати. Чи зберігатиметься рівновага терезів, якщо важки P_1 і P_2 будуть нерухомі?

149. По похилій площині, яка утворює з горизонтом кут α, ковзає без тертя клин, верхня площина якого горизонтальна. Поверх клина лежить тягар масою m (рис. 22). Коефіцієнт тертя між тягарем і клином дорівнює k. Визначити мінімальний кут α, при якому тягар почне ковзати по поверхні клина.

150 Блок з важками $P_1 = 9{,}8$ *н* і $P_2 = 5{,}88$ *н* підвішено над широкою посудиною (рис. 23). Нехтуючи опором рідини, визначити її густину, якщо відомо, що система рухається з прискоренням $a = 0{,}2$ *м/сек²* і густина речовини першого важка дорівнює 2700 *кг/м³*.

151. Дві однакові кульки зв'язані невагомою ниткою перекинутою через невагомий блок, причому одна з кульок занурена в посудину з рідиною (рис. 24). Яка встановиться швидкість руху кульок, якщо відомо, що при падінні однієї кульки в тій самій рідині встановлюється швидкість v_0? Силу опору вважати пропорціональною швидкості. Густина рідини ρ_p, матеріалу кульок — ρ.

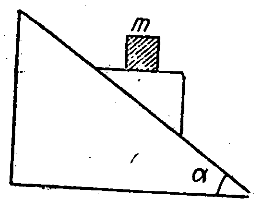


Рис. 22.

152. Дано систему блоків (рис. 25) з важками $P_1 = 19{,}6$ *н*; $P_2 = 29.4$ *н* і $P_3 = 39{,}2$ *н*. Визначити прискорення всіх трьох важків, нехтуючи масою блоків, шнура і тертям в осях.

153. Дано систему рухомих важків (рис. 26), які скріплено між собою ниткою, перекинутою через

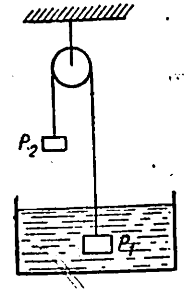


Рис. 23.

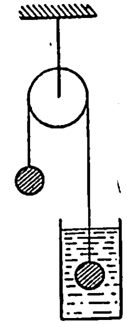


Рис. 24.

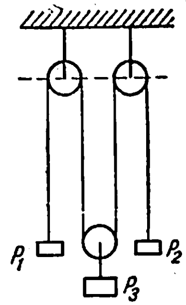


Рис. 25.

блоки A, B, C. Визначити зусилля, які діють на осі блоків, нехтуючи тертям у блоках і масою блоків. $P_1 = 9{,}8$ *н*; $P_2 = 19{,}6$ *н*; $\angle ABC = 90°$.

154 Визначити натяг ниток F_1, F_2 і F_3 (рис. 27). Тертям нехтувати. Відомо, що $P_1 = 980$ *н*; $P_2 = 490$ *н*; $P_3 = 980$ *н* і $\alpha = 45°$.

155. Два кільця, маси яких m_1 і m_2, насаджені на вертикально розташований стержень масою M на відстані l одне над одним. Стержень падає з прискоренням $a < g$. Потім кільцям надають вільного руху. Визначити прискорення руху кілець і час, протягом якого верхнє кільце досягне нижнього, якщо сила тертя верхнього кільця об стержень вдвічі менша, ніж у нижнього.

156. Лебідка, встановлена у верхній частині похилої площини, почала підіймати вагонетку вагою 980 *н*. Сила тяги мотора лебідки $F = 588$ *н* стала, а коефіцієнт тертя $k = 0{,}1$. Визначити швидкість вагонетки на відстані

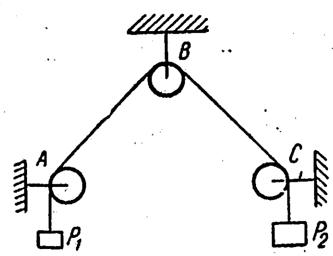


Рис. 26.

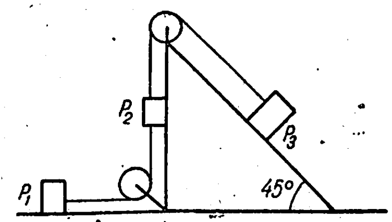


Рис. 27.

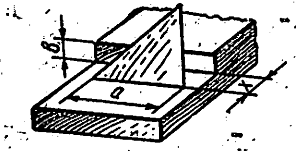


Рис. 28.

400 *м* від початку підйому, якщо при цьому вона піднялася на висоту $h = 200$ *м*.

157. Через один кінець однорідного важкого стержня AB вагою P проходить нерухома вісь (у точці B), навколо якої стержень може обертатися. До другого кінця A прив'язана нитка, перекинута через блок C, що знаходиться на одній вертикалі з віссю B. Знайти силу F, яку треба прикласти, щоб утримати стержень AB, якщо кут ABC дорівнює α, а $AB = BC$.

158. Тонка однорідна пластина у формі рівностороннього трикутника із стороною a приставлена до гладенького східця висотою b (рис. 28) і стоїть нерухомо. На якій відстані $x > 0$ від східця повинна бути основа пластинки, щоб сила, що діє на основу з боку площини, на яку вона спирається, була спрямована вздовж пластини?

159. Важка однорідна драбина стоїть на шорсткій підлозі і спирається на гладеньку стінку. Покажіть, як напрямлена сила реакції підлоги.

160. До центра однорідної кулі масою $m = 4$ *кг* прикладено шість сил, які лежать в одній площині і утворюють одна з одною кути по 60°. Сили послідовно дорівнюють 10 *н*; 20 *н*; 30 *н*; 40 *н*; 50 *н*; 60 *н* (рис. 29). В який бік і з яким прискоренням рухається куля?

161. На двох підставках, з яких одна вища другої на 15 *см*, лежить дошка масою 6 *кг*. Віддаль між підставками 2 *м*. Дошка може ковзати без тертя на підставках. На дошці знаходиться собака, маса якої теж 6 *кг*. 1) З яким прискоренням ковзатиме дошка, якщо собака стоїть на ній спокійно? 2) З яким прискоренням і в який бік повинен бігти собака, щоб дошка залишалася нерухомою?

162. Драбина довжиною $2l$ і вагою P спирається на вертикальну стіну і горизонтальну підлогу. Коефіцієнт тертя між стіною і драбиною становить 0,5, а між підлогою і драбиною — 0,4. Визначити найменший кут нахилу драбини, при якому вона ще може залишатися в рівновазі.

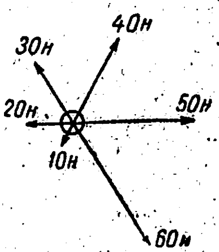


Рис. 29.

163. Драбина, центр ваги якої знаходиться на середині її довжини, спирається на горизонтальну підлогу і вертикальну стіну. Яким повинен бути натяг вірьовки, прив'язаної одним кінцем до середини драбини, а другим — до стику стіни і підлоги (рис. 30), щоб при відсутності тертя драбина не впала?

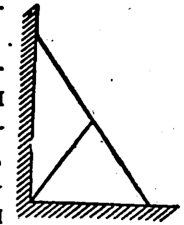


Рис. 30.

164. Драбина приставлена до вертикальної стіни під кутом 45°. Коефіцієнт тертя драбини об стіну і підлогу становить відповідно: $k_1 = \frac{1}{2}$ і $k_2 = \frac{1}{3}$. По драбині піднімається людина. Коли вона досягає вершини, драбина починає ковзати. Визначити, в скільки разів людина легша за драбину.

165. Циліндр без дна радіусом R стоїть на горизонтальному столі. В циліндрі лежать дві однакові кульки радіусом r, причому $\frac{1}{2}R < r < R$. За якого максимального відношення $\frac{M}{m}$ (де M — маса циліндра; m — маса кожної кульки) край циліндра відірветься від столу? Тертям нехтувати.

166. Котушка з намотаною на неї ниткою підвішена біля стіни (рис. 31). Маса котушки m, малий радіус її r, великий радіус R, коефіцієнт тертя між котушкою і стіною k. За якого найменшого кута α котушка не сповзатиме по стіні? Який буде натяг нитки?

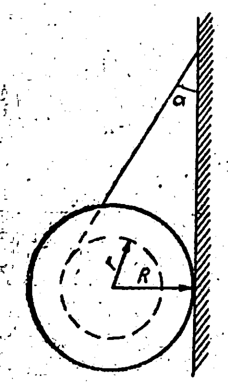


Рис. 31.

167. З однорідної круглої пластинки однакової товщини радіусом 9 *см* вирізали отвір удвічі меншого діаметра, який дотикається до зовнішнього кола пластинки. Знайти центр ваги пластинки з вирізом.

168. У круглій пластині, що важила 6 *н*, по осі x на відстані $l = 4$ *см* від осі y просвердлили отвір (рис. 32), знявши при цьому 1,2 *н* металу. Визначити положення центра ваги деталі після свердління.

169. На похилій площині стоїть рів-

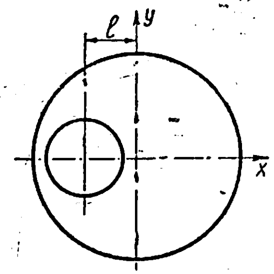


Рис. 32.

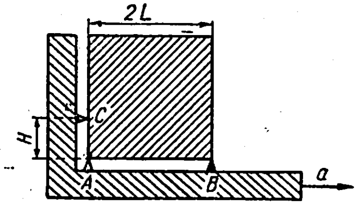


Рис. 33.

номірно навантажений вагон, що утримується в спокої силами тертя. Всі колеса вагона загальмовані. Які колеса дужче тиснуть на рейки?

170. Однорідний куб, маса якого m, встановлений на підставці так, що дотикається до неї лише в трьох точках (нижні призми A і B і бічна призма C). Розміри показані на рис. 33. Підставку разом з кубом рухають у горизонтальному напрямі з прискоренням a. Визначити сили тиску на кожну призму. Силами тертя між призмами і кубом нехтувати.

171. На рис. 34 показано стержень, верхня частина якого зроблена із сталі, а нижня — з чавуну. Осьове навантаження F вкорочує весь стержень на 0,2 *мм*. Визначити величину навантаження F, якщо переріз стального стержня $S_1 = 25$ *см*^{2}, переріз чавунного стержня $S_2 = 56$ *см*^{2}; $E_{ст} = 2 \cdot 10^{11}$ *н/м*^{2}; $E_{чав} = 1{,}2 \cdot 10^{11}$ *н/м*^{2}; $l_1 = 25$ *см*; $l_2 = 30$ *см*.

172. До вільного нерухомого аеростата вагою $P_1 = 5000$ *н* прив'язано віровочну драбину, на якій знаходиться людина вагою $P_2 = 750$ *н*. В якому напрямі і з якою швидкістю переміщається аеростат, якщо людина піднімається по драбині з постійною відносно драбини швидкістю $v = 0{,}5$ *м/сек*?

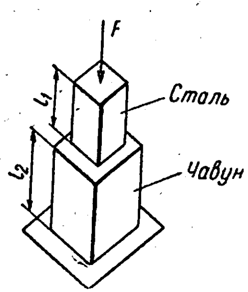


Рис. 34.

173. Два човни рухаються по інерції в стоячій воді один назустріч одному з однаковими швидкостями $v = 0{,}6$ *м/сек*. Коли вони порівнялися, то з

першого човна на другий перекинули якийсь вантаж. Після цього другий човен продовжував рухатися в попередньому напрямі, але з швидкістю $v_1 = 0{,}4$ *м/сек*. Визначити масу другого човна, якщо маса вантажу $m = 60$ *кг*. Опором води нехтувати.

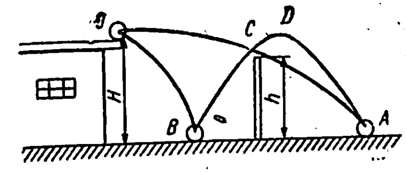


Рис. 35.

174. Пліт масою m_1 вільно ковзає по поверхні води з швидкістю v_1. На пліт з берега стрибає людина масою m_2. Швидкість людини перпендикулярна до швидкості плоту і дорівнює v_2. Визначити швидкість плоту з людиною. Силами тертя плоту об воду нехтувати.

175. Пліт довжиною $l = 10$ *м* лежить нерухомо на воді. З кінців його одночасно йдуть назустріч один одному дорослий чоловік вагою $P_1 = 600$ *н* і дитина вагою $P_2 = 300$ *н*. Дорослий іде з швидкістю, вдвічі більшою від швидкості дитини. Визначити зміщення плоту відносно землі на той час, коли дорослий дійде до другого кінця плоту, якщо вага плоту 6000 *н*. Тертям плоту об воду нехтувати.

176. Тенісний м'яч масою 0,10 *кг* ударяється об ракетку і відскакує від неї, не втрачаючи швидкості, так що кут падіння дорівнює кутові відбивання. Швидкість м'яча 10 *м/сек*. Тривалість удару 0,1 *сек*. Визначити середню силу удару для випадків: 1) $\alpha = 0°$ і 2) $\alpha = 30°$.

177. М'яч котився по горизонтальній частині даху будинку (рис. 35), упав на землю в дворі, а потім, підстрибнувши, перелетів через огорожу, ледве не доторкнувшись до неї. Другий м'яч котився по даху так швидко, що, скотившися з нього, зразу ж перелетів через огорожу, також ледве не доторкнувшись до неї. За огорожею обидва м'ячі доторкнулися до землі в одній і тій самій точці. Вважаючи удар першого м'яча об землю абсолютно пружним й нехтуючи розмірами м'ячів і опором повітря їх рухові, визначити, в скільки разів будинок вищий від огорожі.

178. Людина масою 60 *кг* стрибає з нерухомого візка, що стоїть на рейках, у напрямі рейок. При цьому візок, маса якого 30 *кг*, відкочується в бік, протилежний стрибкові, на 2 *м*. Знаючи, що коефіцієнт тертя візка під час

руху становить 0,1, обчислити енергію, що її розвиває людина, стрибаючи.

179. З високого берега вистрелили з гармати в горизонтальному напрямі в моржа. Снаряд упав на моржа з швидкістю v. З якою швидкістю впаде снаряд на моржа, якщо вистрелити під кутом α до горизонту?

180 Нейтрон і ядро атома рухаються назустріч одне одному. Між ними відбувається непружний удар (захват нейтрона). Відомо, що кінетична енергія нейтрона в 12 раз більша за кінетичну енергію ядра. В яких атомах після удару рух відбуватиметься в тому напрямі, в якому рухалось ядро?

181. Дві ідеально пружні кульки з масами m_1 і m_2 рухаються вздовж однієї прямої з швидкостями v_1 і v_2. Під час зіткнення кульки починають деформуватися і частина кінетичної енергії перетворюється в потенціальну енергію деформації. Потім деформація зменшується і нагромаджена потенціальна енергія знову переходить у кінетичну. Знайти значення потенціальної енергії деформації $E_п$ у момент, коли вона максимальна.

182. На горизонтальному гладенькому столі вздовж однієї прямої розміщено 1966 кульок Маса кожної кульки m. Першій кульці надано швидкість v Знайдіть швидкість останньої кульки, якщо всі співудари абсолютно пружні.

183. На горизонтальному столі стоїть куб масою M, шарнірно закріплений в точці A (рис. 36). У куб потрапляє і застряє в ньому куля масою m, що летіла горизонтально. Визначити мінімальну швидкість v кулі, за якої куб перекинеться. Сторона куба a. Траєкторія кулі проходить через центр куба. Маса кулі значно менша від маси куба ($m \ll M$). Втратами енергії в шарнірі нехтувати.

184. Чому після струшування неповного відра з картоплею найбільші картоплини потрапляють наверх?

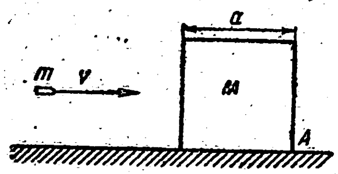


Рис. 36.

185. На горизонтальній лінії, на певній відстані один від одного, знаходяться два пункти: A і D. Ці два пункти з'єднано двома шляхами ABD і ACD, що мають вигляд дуг однакової довжини (рис. 37). Шляхи лежать у вертикальній площині. З пункту A тіло рухається один раз по шляху ABD, другий — по ACD. Початкова швидкість тіла і коефіцієнт тертя в обох випадках однакові. Чи однакову швидкість матиме тіло в пункті D, коли воно рухатиметься по шляхах ABD і ACD?

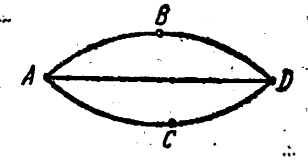


Рис. 37.

186. Чому розмахи гойдалки можуть бути збільшені відповідними рухами людини, що гойдається?

187. Атом розпадається на дві частини, маси яких m_1 і m_2. Загальна кінетична енергія частин E. Визначити їх швидкість.

188. Яким способом можна закинути далі крижинку: кинувши її в повітря під кутом 45° до горизонту чи пустивши її ковзати по льоду? Коефіцієнт тертя крижинки об лід 0,02. Опору повітря не враховувати.

189. Автомобіль рухається вгору по уклону з кутом нахилу $\alpha = 10°$ з постійною швидкістю $v_1 = 5$ *м/сек*. Якщо він рухатиметься вниз, то при тій самій потужності двигуна встановиться швидкість $v_2 = 20$ *м/сек* Яка швидкість v_3 встановиться при тій самій потужності двигуна під час руху по горизонтальному шляху?

190. З похилої площини, яка утворює з горизонтальною площиною кут $\alpha = 30°$, сповзає кулька невеликого розміру. На відстані $s = 86$ *см* від кінця похилої площини поставлена вертикально дошка заввишки $h = 20$ *см*. Визначити, як рухатиметься кулька після того, як сповзе з похилої площини, якщо початкова висота кульки над горизонтальною площиною $H = 1$ *м*. Тертям нехтувати. Площину, дошку і кульку вважати абсолютно пружними.

191. З вертикально поставленої гармати з довжиною ствола 1 *м* вилітає снаряд вагою $P = 9,8$ *н*. Порохові гази діють лише на відстані $h = 1$ *м* (тобто в стволі). Оскільки на решті шляху снаряда тиск газів дорівнює нулю, то виходить, що вони підняли 9,8 *н* на висоту 1 *м*, тобто виконали роботу $A = 9,8$ *дж*. Невже робота така мала? Знайдіть помилки в міркуваннях.

192 Залізничну платформу масою 5 *т* зрушують з місця, прикладаючи силу 250 *н*, і з такою самою силою штов-

хають її далі протягом 100 *м*, після чого платформа котиться сама, поки не зупиниться. Визначити весь шлях, пройдений платформою від початку руху, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,003.

193. Автомашина масою 1,2 *т* може утримуватися гальмами на схилі гори, що має нахил 1 *м* на кожні 5 *м* шляху. Машина йде по горизонтальній дорозі з швидкістю 14 *м/сек* в той момент, коли гальма включено. На якій відстані автомашина зупиниться? Вважати, що коефіцієнт тертя на горизонтальній дорозі такий самий, як на схилі гори.

194. Ланцюжок довжиною 60 *см* поклали на поверхню гладенького столу так, що половина його звисає із столу. Застосувавши закон збереження енергії, визначити швидкість ланцюжка в той момент, коли він увесь зсунеться із столу. Тертям нехтувати.

195. У вертикальній площині лежить пряма p і точка O. Пряма p утворює з горизонтальною площиною кут α. Точка O лежить над точкою перетину прямої p з горизонтальною площиною і знаходиться від неї на відстані h. Серед відрізків, що з'єднують точку O з точками прямої p, визначити довжину того відрізка q, який матеріальна точка пробігає за мінімальний час. Визначити цей час. Рух точки по відрізку q відбувається в гравітаційному полі Землі. Тертям нехтувати.

196. Маленька кулька рухається без тертя всередині трубок один раз по шляху ABC (рис. 38), а другий — по ADC. Частини трубки AB і CD вертикальні, кути B і D заокруглені. Розміри показано на рисунку. Зобразити графічно для обох випадків залежність швидкості кульки від часу. Швидкість кульки в точці A дорівнює нулю. По якому шляху кулька швидше прийде в точку C?

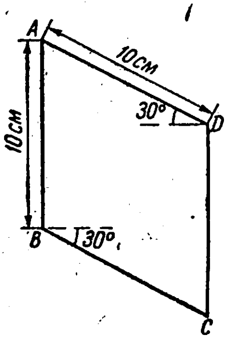


Рис. 38.

197. На вертикальному вітровому склі автомобіля, що рухається з швидкістю v, тиском зустрічного вітру утримується газета вагою P. За якого мінімального коефіцієнта тертя це можливо? Густина повітря дорівнює ρ, площа газети S, швидкість вітру u. Як зміниться результат, якщо вітрове скло буде похилим?

198. Шестірню радіусом R вміщено між двома паралельними зубчастими рейками (рис. 39). Рейки рухаються в протилежні сторони з швидкостями v_1 і v_2. Скільки обертів за одиницю часу робить шестірня?

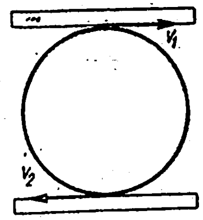


Рис. 39.

199. Шків радіусом $R = 20$ *см* приводиться в обертання тягарем, підвішеним на нитці, що поступово змотується з шківа. В початковий момент тягар був нерухомий, а потім почав опускатися з прискоренням $a = 0{,}02$ *м/сек²*. Визначити кутову швидкість шківа в той момент, коли тягар пройде шлях $s = 1$ *м*.

200. З якою швидкістю повинен летіти літак із сходу на захід біля поверхні землі на широті $\varphi = 64°33'$ (м. Архангельськ), щоб пілоту здавалося, що Сонце стоїть непорушно на небозводі? Радіус Землі взяти $R = 6400$ *км*.

201. Визначити, за якої найменшої швидкості мотоцикла краплі, що відриваються від переднього колеса у верхній точці, падатимуть на землю, а не на колесо. Радіус колеса $R = 60$ *см*. Опором повітря нехтувати. Вважати, що під час відриву від колеса швидкість краплі не змінюється.

202. У скільки разів швидкість відокремлення компонентів емульсії чи суспензії на колі барабана центрифуги більша за швидкість відокремлення цих компонентів у нерухомій посудині під дією ваги? Радіус барабана центрифуги дорівнює 10 *см*, а швидкість його обертання 3000 *об/хв*.

203. При обертанні відцентрової машини на якій укріплена підставка з висками, кульки їх відхиляються на тим більший кут, чим більша відстань відповідного виска від осі обертання (рис. 40). Якщо на підставці відцентрової машини укріпити запалену свічку в скляному циліндрі, то полум'я свічки відхилятиметься до центра диска на тим більший кут, чим далі знаходиться свічка від осі обертання. Пояснити відмінність у відхиленні полум'я і висків.

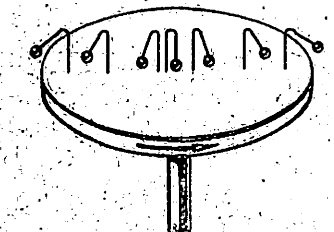


Рис. 40.

204. Чому дорівнює прискорення вільного падіння поблизу

поверхні Марса, якщо період обертання його супутника Фобоса становить 7 *год* 39 *хв*? Радіус орбіти Фобоса 9380 *км*, радіус Марса 3390 *км*. Впливом добового обертання Марса нехтувати.

205. Один учень твердить, що ціла цеглина впаде з якоїсь висоти на Землю вдвічі швидше, ніж півцеглини, тому що Земля притягує цілу цеглину з силою, вдвічі більшою. Інший твердить, що ціла цеглина впаде вдвічі повільніше, тому що вона вдвічі інертніша. Хто з них говорить правильно? Поясніть

206. Один з великих супутників Сатурна Діона має період обертання навколо нього 2,74 доби, а радіус його орбіти дорівнює 379 000 *км* Визначити відношення мас Сатурна і Землі. Радіус орбіти Місяця взяти 385 000 *км*, період обертання 27,32 доби.

207. Сонце притягує тіла, що знаходяться на Землі, з більшою силою, ніж Місяць, але явище припливів і відпливів зумовлюється головним чином дією Місяця, а не Сонця. Чому?

Відстань від Землі до Місяця $d_1 = 60R$, а відстань від Землі до Сонця $d_2 = 25\,000R$, де R — радіус Землі. Маса Сонця приблизно в $27 \cdot 10^6$ раз більша за масу Місяця.

208. Простий аналіз механічних рухів дає змогу з'ясувати, що являє собою кільце планети Сатурн — суцільне утворення чи скупчення дрібних супутників. Для цього потрібно лише знати, який край кільця, внутрішній чи зовнішній, рухається швидше. Які закономірності можна покласти в основу такого аналізу?

209. У верхній частині «мертвої петлі» радіусом R зроблено виріз (як показано на рис. 41) з кутом розтвору 2α. З якої висоти потрібно спустити невелике тіло без початкової швидкості, що ковзає без тертя, щоб воно з точки B перескочило в точку A?

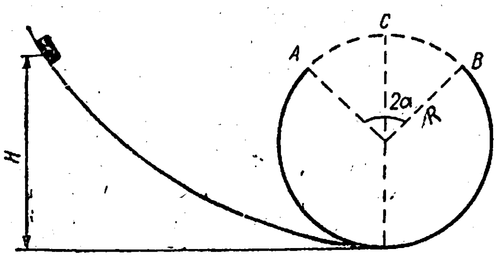


Рис. 41.

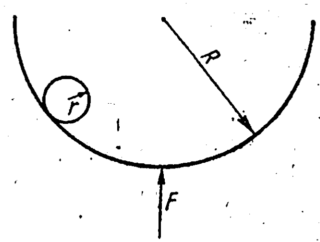


Рис. 42.

210. У нерухомій ракеті маятник коливається з періодом 1 *сек*. Коли ракета рухається вертикально вгору з певним прискоренням, період коливань зменшується вдвічі. Визначити прискорення руху ракети.

211. Як змінюється період коливання маятника ($T = 1$ *сек*), що знаходиться в ракеті, яка опускається вертикально вниз на землю з прискоренням 3 *м/сек*²? Що станеться з маятником, якщо прискорення буде 12 *м/сек*²?

212. У сферичній чашці радіусом $R = 110$ *см* і масою 1 *кг* ковзає без тертя кулька радіусом $r = 10$ *см* і масою 10 *г* (рис 42). До чашки прикладена напрямлена вгору сила $F = 98$ *н*, під дією якої чашка прискорено піднімається. Визначити період T коливань кульки.

213. У літаку, що летить горизонтально з прискоренням a, коливається маятник довжиною l. У момент, коли $t = t_0$, літак мав швидкість v_0, а маятник знаходився посередині між положенням рівноваги і крайнім положенням, причому рухався в бік крайнього положення. Визначити, який шлях пролетить літак за час, поки маятник досягне крайнього положення.

214. На платформі, що обертається з постійною кутовою швидкістю ω, на відстані R від осі обертання стоїть людина вагою P (рис. 43) З яким прискоренням людина може піднімати тягар вагою Q, вибираючи вірьовку і залишаючись на місці, якщо максимальний коефіцієнт тертя спокою між підошвами людини і платформою дорівнює k?

215. По каналу з радіусом закруглення 30 *м* і шириною 3 *м* тече вода. Два манометри знаходяться у воді в одній горизонтальній площині біля зовнішньої і внутрішньої стінок каналу і дають покази, які відрізняються на 400 *н/м*². Яка швидкість води в каналі?

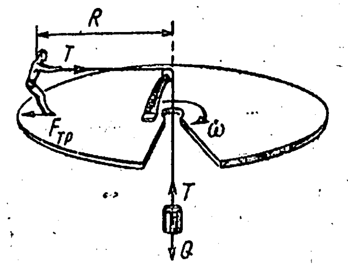


Рис. 43.

216. На візку стоїть бак, наповнений водою і закритий пробкою. Визначити тиск на глибині h у точці A, що лежить на відстані l від перед-

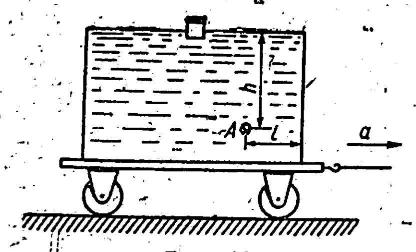


Рис. 44.

ньої стінки бака, коли візок рухається з прискоренням a (рис. 44).

217. Тіло, що має густину $\rho_т = 800$ *кг/м³*, занурили у воду на глибину $h = 1$ *м* і відпустили. Визначити час руху тіла від його початкового положення у воді до найбільшого підйому над поверхнею води. Силами тертя при русі тіла у воді й повітрі, а також густиною повітря нехтувати.

218. Компресор фарбопульта створює тиск у циліндрі з рідкою фарбою 2,5 *атм*. З якою швидкістю витікає струмина рідкої фарби в горизонтальному напрямі, якщо густина фарби 800 *кг/м³*?

219. У ванну з водою опущено тонкостінний куб з ребром a, одна бічна стінка якого замінена поршнем, що може переміщатися. Знаючи, що вага системи P менша за $a^3\rho g$ (ρ — густина води), а початковий тиск повітря всередині куба дорівнює атмосферному, визначити, на яку глибину система зануриться у воду. Вважати, що перекошення поршня в кубі неможливе.

220. Водяний годинник з рівномірною вертикальною шкалою часу являє собою посудину з отвором унизу, крізь який витікає вода. Нехтуючи в'язкістю води, визначити форму посудини.

221. На рис. 45 зображено схему газометра — приладу, який дає змогу визначити витрату газу, що протікає через поперечний переріз труби за одиницю часу. Знаючи параметри газометра d_1 і d_2 і скориставшись показами тиску p_1 і p_2 манометрів у точках A і B, а також знаючи густину газу ρ, визначити масу газу, що протікає за час t.

222. Є два однакові відра з отворами біля дна. Одно стоїть на горизонтальному столі, друге на клині, верхня площина якого також горизонтальна. Клин з відром ковзає по похилій площині. З якого відра вода витікатиме швидше, якщо початковий рівень води в них однаковий?

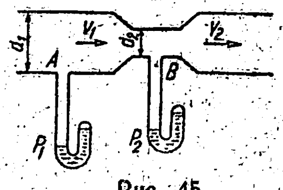


Рис. 45.

223. Залізна труба має довжину 10 *м* і товщину стінок 1 *см*. Торці труби закрито невагомими дисками. З утвореного циліндра відкачують повітря. Яким повинен бути діаметр труби, щоб вона піднялася в повітря?

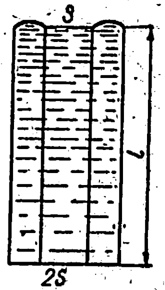


Рис. 46.

224. Дві тонкостінні труби, закриті з одного кінця, вставлені одна в одну (рис. 46) і повністю заповнені ртуттю (густина ρ). Площі поперечних перерізів труб S і $2S$. Атмосферний тиск $p_{атм} = \rho g H$. Довжина кожної труби $l > H$. Яку роботу треба виконати, щоб повільно витягти внутрішню трубу? Тиском пари ртуті й силами зчеплення ртуті з матеріалом труб нехтувати.

225. Яку форму має крапля дощу при падінні в безвітряну погоду?

226. Пояснити, як космонавт у стані невагомості може: 1) перелити воду з однієї посудини в другу; 2) нагріти воду в посудині; 3) повернути ракету на певний кут навколо осі, що збігається з напрямом руху ракети; 4) якими приладами можна виміряти тиск, температуру, час, масу тіла.

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕПЛОТА

227. Кристал кухонної солі кубічної системи утворюється з іонів натрію і хлору. Визначити найменшу відстань між центрами цих іонів, якщо молекулярна вага солі дорівнює 58,46, а густина 2200 *кг/м³*.

228. Знайти масу і розмір молекули води, вважаючи, що молекули щільно прилягають одна до одної.

229. В кожний момент лише незначна частина молекул газу стикається із стінками і дном посудини. Вага решти молекул у цей момент не може передатися дну посудини, тому що немає сил взаємодії. Як пояснити, що хоч більша частина молекул в кожний момент безпосередньо і не впливає на рівновагу терезів, але вага газу дорівнює сумарній вазі всіх його молекул?

230. Для виготовлення деяких фізичних приладів потрібно забезпечити постійну різницю довжин залізного і мідного стержнів за будь-яких змін температури. Яку довжину повинні мати ці стержні при 0°С, щоб різниця

їх при всіх температурах була 10 *см*? Коефіцієнт лінійного розширення заліза $\alpha_з = 1{,}1 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$; міді $\alpha_м = 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$.

231. Латунна шкала ртутного барометра вивірена при 0° С. При температурі 18° С барометр показав тиск 760 *мм рт. ст.* Привести покази барометра до 0° С. Коефіцієнт лінійного розширення латуні $\alpha = 1{,}9 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$; коефіцієнт об'ємного розширення ртуті $\beta = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$.

232. Чи зміниться показ терезів, до яких підвішено тіло, занурене в рідину, при нагріванні рідини і тіла на однакове число градусів?

233. Годинник, маятник якого складається з тягарця малих розмірів і легкої латунної нитки, йде правильно при 0° С. Визначити коефіцієнт лінійного розширення латуні, якщо при температурі $t° = 20°$ С годинник відстає за добу на 16 *сек*.

234. У калориметрі знаходяться два шари води: внизу холодна, а зверху — тепла. Чи зміниться загальний об'єм води при вирівнюванні температур?

235. Залізний прямокутний паралелепіпед при температурі $t_0° = 0°$ С плаває у ртуті так, що в неї занурюється $\frac{5}{8}$ його висоти h. Визначити глибину занурення паралелепіпеда при температурі $t° = 100°$ С. Коефіцієнт лінійного розширення заліза взяти $\alpha = 1{,}1 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$; коефіцієнт об'ємного розширення ртуті $\beta = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$.

236. У центрі стального диска є отвір діаметром 4,99 *мм* (при 0° С). До якої температури треба нагріти диск, щоб в його отвір проходила кулька діаметром 5 *мм*? Коефіцієнт теплового розширення сталі $\alpha = 1{,}1 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$.

237. На гладенькій горизонтальній поверхні лежить дошка, по якій рухається тіло A (рис. 47). В одному випадку дошка закріплена, а в другому — може без тертя ковзати по поверхні. Чи однакові кількості теплоти виділяться внаслідок тертя тіла об дошку в першому і другому випадках?

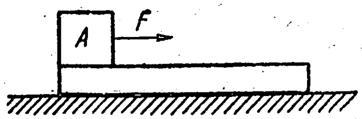


Рис. 47.

238. Термос місткістю 1 *л* треба наповнити водою, температура якої 55° С. Вода має температуру 15° С. Для нагрівання води є посуд місткістю 0,5 *л*. Щоб нагріти 1 *л* води до температури 55° С, можна: а) нагріти 0,5 *л* води до температури 95° і змішати з 0,5 *л* води, температура якої 15° С; б) підігріти по черзі по 0,5 *л* до 55° С. В якому випадку затрачається менше часу на нагрівання води?

239. В якому випадку для нагрівання металевої кулі до однієї і тієї самої температури потрібно більше енергії: коли куля висить на нитці чи коли вона стоїть на підставці? Вважати, що підставка і нитка енергії не поглинають.

240. Пояснити, чому у великий мороз скрипить сніг під ногами, а при температурах, близьких до 0° С, скрипіння не спостерігається.

241. Пробірку, в яку налито 12 *г* води, вміщують в охолодну суміш, в якій вода переохолоджується до —5° С. Потім пробірку витягують і струшують, при цьому частина води замерзає. Скільки води перетворюється в лід, якщо вважати, що між водою і стінками пробірки не відбувається теплообміну?

242. Під ковпаком повітряного насоса вміщено посудину з водою, температура якої близька до 0° С. Що спостерігатиметься при відкачуванні повітря з-під ковпака? Питома теплота випаровування води при температурі 0° С $r = 24{,}9 \cdot 10^{-5}$ *дж/кг*.

243. У циліндрі, закритому поршнем, є певна кількість газу (рис. 48). В якому випадку для нагрівання цього газу до температури T потрібно більше підвести тепла: коли циліндр перебуває в положенні *I* чи коли він у положенні *II*? Початкова температура газу в обох випадках однакова. Тертям поршня об стінки циліндра нехтувати.

244. Чому, коли «дихнути» собі на руку, відчуваємо теплоту, а якщо «подути», — прохолоду?

245. Пояснити, чому не обморожується рука, коли на неї падає тонка струмина рідкого азоту (при температурі $t° = -196°$ С).

246. Змішуються однакові за вагою кількості води, що має температуру +50° С, і льоду, що має температуру —40° С. Яка буде остаточна температура суміші?

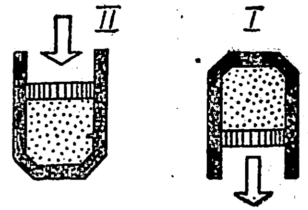


Рис. 48.

247. Яка кількість енергії потрібна для утворення пухирця пари масою m і радіусом r на дні посудини, що наповнена до висоти h водою, температура якої 100° С (рис. 49)?

248. Електричну лампочку, що споживає потужність 60 *вт*, занурено в скляну посудину, в яку налито 600 *г* води. Маса посудини 100 *г*, питома теплоємність скла 840 *дж/кг·град*. За 3 *хв* температура води в посудині підвищується на 4° С. Яка частина споживаної лампочкою енергії (в процентах) проходить через посудину назовні у вигляді випромінювання?

249. Куля масою 10 *г*, що летіла горизонтально з швидкістю 200 *м/сек*, пробила шину колеса автомобіля, який рухався перпендикулярно до польоту кулі з швидкістю 36 *км/год*. Яка відстань, рахуючи по дузі кола, відділяє вхідний отвір від вихідного, якщо відстань отворів від осі колеса дорівнює 50 *см*, а діаметр колеса дорівнює 120 *см*? Під час руху кулі всередині зовнішньої стінки виділилося 12,54 *дж* теплоти. Відстань між стінками шини дорівнює 25 *см*.

250. У двох закритих посудинах однакової місткості знаходяться при однакових температурах однакові маси газів: в одній посудині азот, у другій — кисень. Чи однаковий тиск в обох посудинах?

251. Накресліть графік закону Бойля—Маріотта для даної цілком певної маси газу. На цьому самому рисунку накресліть графік закону Бойля—Маріотта для вдвічі більшої маси газу. Поясніть взаємне розташування кривих. Те саме проробіть для закону Гей-Люссака за умови, що тиски в обох випадках однакові.

252. У посудині місткістю 10 *л* міститься суміш водню і кисню в рівних кількостях (по 2 *г*). Весь кисень вступає в реакцію з частиною водню, утворюючи воду. Який тиск водню, що залишиться після охолодження до 17° С? Об'ємом води, що утворюється, можна нехтувати.

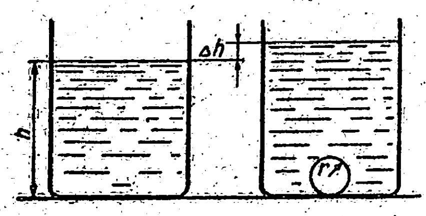


Рис. 49.

253. Питому теплоємність газів можна виміряти двома способами: нагріваючи газ при сталому об'ємі або даючи газові розширюватися при сталому тиску. За цими способами дістають різні значення, а саме питома теплоємність при сталому тиску (c_p) завжди більша за питому теплоємність при сталому об'ємі (c_v). З'ясуйте причину цього.

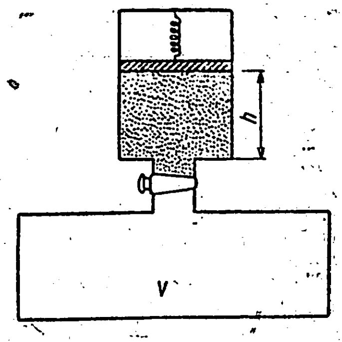


Рис. 50.

254. Посудина об'ємом 600 *см*^{3}, в якій було 2 *г* гелію, розірвалася при температурі 400° С. Яка максимальна кількість азоту може зберігатися в такій посудині при температурі 30° і при п'ятикратному запасі міцності?

255. У балоні знаходиться якась маса стисненого газу. Частину газу випустили, і манометр, приєднаний до балона, показав тиск, утричі менший. Скільки газу залишилося в балоні? Вважати, що температура газу в балоні залишалася незмінною.

256. У манометр потрапив пухирець повітря, об'єм якого при зовнішньому атмосферному тискові p_0 дорівнює V_0. Яку поправку треба вводити при вимірюванні тиску цим манометром, якщо різниця рівнів ртуті в обох колінах манометра при атмосферному тиску h_0, а при вимірюванні h; поперечний переріз трубки S. Задачу розв'язати для двох випадків: 1) при вимірюваному тиску рівень ртуті в лівому коліні вищий, ніж у правому; 2) рівень ртуті вищий у правому коліні.

257. Герметично закритий відкачаний циліндр з'єднано тонкою трубкою, що має кран, з відкачаною посудиною об'ємом V. В циліндрі підвішено на пружині поршень, що може рухатися без тертя. Положення рівноваги поршня — біля дна циліндра. У простір під поршень вводять таку кількість газу, що поршень піднімається на висоту h (рис. 50). На якій висоті h_1 встановиться поршень, якщо відкрити кран? Площа перерізу циліндра дорівнює S, температура газу в циліндрі постійна. Сила, що діє з боку пружини на поршень, пропорціональна зміщенню поршня.

258. Посередині скляної трубки, запаяної з обох кінців, знаходиться стовпчик ртуті довжиною 20 *см*. Коли

трубку поставити вертикально, то стовпчик ртуті пересувається вниз на 10 *см*. Який тиск повітря в трубці, коли вона перебуває в горизонтальному положенні? Довжина трубки $L = 1$ *м*.

259. Трубку, запаяну з одного кінця, занурили відкритим кінцем у чашку з ртуттю. Довжина трубки $l = 1$ *м*, глибина занурення $h_1 = 6$ *см*, висота рівня ртуті в трубці $h = 40$ *см*. Як зміниться рівень ртуті в трубці, якщо збільшити глибину занурення трубки до $h_2 = 10$ *см*? Температура під час досліду залишається сталою. Атмосферний тиск нормальний.

260. Порожню консервну банку опускають у воду вгору дном на таку глибину, щоб банка була в стані рівноваги. Що станеться з банкою, якщо її: 1) трохи опустити до дна басейну; 2) трохи підняти до поверхні? Чи зможе банка довгий час бути в стані рівноваги, якщо у воді немає течій, не змінюється температура тощо?

261. Циліндрична склянка, висота якої $h = 9$ *см*, плаває в рівновазі на поверхні води (рис. 51), якщо всередину склянки налити шар води заввишки $h' = 6$ *см*. Товщиною стінок склянки нехтувати. Атмосферний тиск $p = 9{,}8 \cdot 10^4$ $н/м^2$. Потім цю склянку спорожнюють і опускають під воду догори дном. На яку глибину треба занурити склянку, щоб вона була в рівновазі, не спливала і не занурювалась глибше?

Яка буде рівновага: стійка, нестійка чи байдужа?

262. До дужки циліндричного відра з нескінченно тонкими стінками прив'язали камінь і опустили відро вгору дном в озеро (рис. 52). Надвечір температура знизилась, а атмосферний тиск залишився незмінним. Як

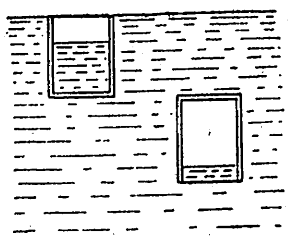


Рис. 51.

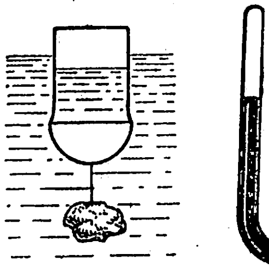


Рис. 52.

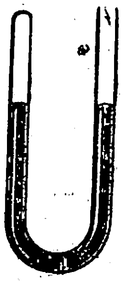


Рис. 53.

змінилося положення дна відра і рівня води під ним? Дати якісне пояснення. Зміну тиску пари води не враховувати.

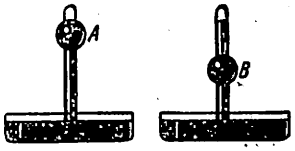


Рис. 54.

263. За нормального атмосферного тиску довжина стовпа повітря в закритому коліні U-подібної трубки дорівнює 10 *см*, а рівень ртуті однаковий в обох колінах (рис. 53). Якої довжини стовпчик ртуті треба налити у відкрите коліно, щоб об'єм повітря в закритому коліні зменшився вдвічі?

264. Перед нами дві однакові чашки з ртуттю. В них поставлені вгору дном посудини, з яких викачано повітря. Ці посудини в усьому подібні між собою, але розширені частини розташовані в них на різній висоті (рис. 54). Ртуть у посудинах підніметься до одного рівня. При цьому атмосферний тиск p виконає в обох випадках одну й ту саму роботу pV (V—об'єм піднятої з чашок ртуті.) В результаті в лівій посудині основна маса ртуті буде на більшій висоті, ніж у правій посудині. Звідси випливає, що за рахунок однієї і тієї самої роботи дістаємо різний запас потенціальної енергії, що суперечить закону збереження енергії. Пояснити, де помилка в наведених міркуваннях.

265. Циліндричну піпетку завдовжки 25 *см* занурюють наполовину в ртуть. Потім закривають верхній отвір пальцем і витягують піпетку з ртуті. Обгрунтувати, чому частина ртуті виллється з піпетки. Визначити, які частини трубки будуть заповнені повітрям і ртуттю, коли встановиться рівновага. Зовнішній тиск 76 *см рт. ст.*

266. У запаяній з одного кінця скляній трубці довжиною $l = 90$ *см* знаходиться стовпчик повітря, закритий зверху стовпчиком ртуті висотою $h = 30$ *см*; стовпчик ртуті доходить до верхнього краю трубки (рис. 55). Трубку обережно перевертають відкритим кінцем униз. При цьому частина ртуті виливається. Яка висота стовпчика ртуті, що залишиться в трубці, якщо атмосферний тиск $H = 750$ *мм рт. ст.*?

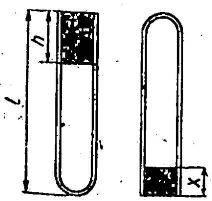


Рис. 55.

267. У посудині місткістю 2 *л* міститься вуглекислий газ під тиском

950 *мм рт. ст.* при температурі 27°С. Скільки молекул вуглекислого газу в посудині?

268. У посудину з манометром накачують повітря. Відкривши кран, що сполучає посудину з атмосферою, дають можливість тискові всередині посудини зрівнятися з атмосферним і зразу ж закривають кран. Через якийсь час тиск у посудині знову підвищиться. Чому?

269. Щоб визначити густину газу, зробили так. Великий скляний балон місткістю V наповнили досліджуваним газом до тиску p_1 і зважили. Його вага P_1. Потім частину газу випустили і тиск його упав до p_2. Нова вага балона P_2. Яка густина газу при атмосферному тиску?

270. Балон місткістю 40 *л* наповнений повітрям під тиском 150 *ат*, температура повітря 27°С. Який об'єм води можна витиснути з цистерни підводного човна повітрям цього балона, якщо витиснення води відбувається на глибині 20 *м* при температурі 7°С? Густина води 1000 *кг/м*^{3}, атмосферний тиск 1 *ат*.

271. Було виявлено, що в запаяній з обох кінців U-подібній трубці рівні води в обох колінах знаходяться на одному рівні і коли трубка вертикальна, і коли вона нахилена (рис. 56). За якої умови це може бути?

272. Визначити, яку енергію потрібно затратити, щоб подрібнити 1 *кг* води на краплі діаметром $d = 0{,}5$ *мм*. Роботу по подрібненню вважати повністю затраченою на збільшення поверхневої енергії крапель. Для води $\alpha = 7{,}3 \cdot 10^{-2}$ *н/м*.

273. У посудину з водою занурюють свинцеву кулю на підставці так, що вона знаходиться безпосередньо під поверхнею води. Визначити форму поверхні води над кулею. Поверхневі ефекти не враховувати.

274. Обчислити, на скільки градусів нагріється крапля ртуті, що утворюється внаслідок злиття двох краплин радіусом 1 *мм* кожна.

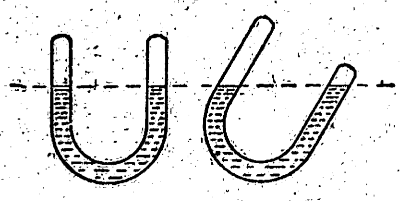


Рис. 56.

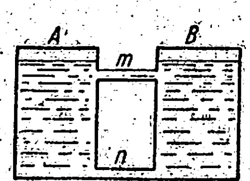


Рис. 57.

275. При вимірюванні густини рідин за допомогою ареометрів вплив поверхневого натягу вносить помилку у визначення густини. В який бік змінює ця помилка величину визначуваної густини і яка ця помилка?

276. Посудини A і B наповнили рідиною до однакового рівня, трубки m і n закрили (рис. 57), після чого посудину A нагріли. Що станеться, коли: 1) відкрити нижню трубку; 2) відкрити верхню трубку; 3) відкрити обидві трубки одночасно?

277. Яку силу треба прикласти, щоб відірвати одну від одної (без зсовування) дві змочені фотопластинки розміром 9×12 *см*^{2}? Товщину водяного прошарку між пластинками вважати такою, що дорівнює 0,05 *мм*. Змочування повне.

278. Між двома горизонтальними плоско-паралельними скляними пластинками вмістили 5 *г* ртуті. Коли на верхню пластинку поклали тягар вагою 50 *н*, відстань між пластинками стала 0,087 *мм*. Нехтуючи вагою пластинки порівняно з вагою тягаря, знайти коефіцієнт поверхневого натягу ртуті. Незмочування вважати повним.

279. На кінцях трубки видуто бульбашки з рідин, коефіцієнти поверхневого натягу яких α_1 і α_2. Бульбашки з'єднані між собою (рис. 58). Яким повинно бути співвідношення радіусів бульбашок, щоб вони були в рівновазі? Чи буде ця рівновага стійкою?

280. У сполучені посудини циліндричної форми, що мають різні діаметри, налита вода (ртуть). Як розподілиться кількість води (ртуті) між посудинами в стані невагомості?

281. В одно з колін U-подібної трубки налили води,

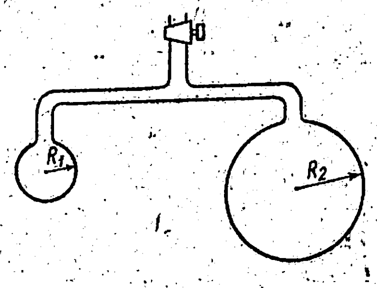


Рис. 58.

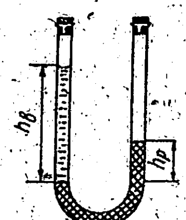


Рис. 59.

а в друге — ртуті. Після встановлення рівноваги отвори трубок щільно закрили (рис. 59). Як зміниться рівень рідин, коли трубка буде в стані невагомості?

282. У тонкостінну сталеву сферу об'ємом 1 $м^3$, з якої викачано повітря, поклали 1 *кг* льоду при температурі 0°С. Яка кількість теплоти потрібна для створення всередині сфери тиску 1 *атм*? Теплоємністю стінок сфери нехтувати.

ЕЛЕКТРИКА

283. На шовкових нитках завдовжки $l = 1$ *м* висять, дотикаючись одна до одної, дві кульки малого діаметра масою $m_1 = m_2 = 1{,}2$ *г* кожна. На яку відстань розійдуться кульки, якщо кожній з них надати заряд $6{,}67 \cdot 10^{-8}$ *к*?

284. Дві однакові маленькі кульки підвішені на довгих шовкових нитках до одного гачка. Кульки заряджені однаковими зарядами і знаходяться на відстані 5 *см* одна від одної. Яка буде відстань між кульками, якщо одну з них розрядити?

285. На двох однакових краплинах масла ($\rho = 800$ *кг/м*^{3}) не вистачає по одному електрону, причому сила кулонівського відштовхування $F_к$ зрівноважує силу $F_н$ ньютонівського притягання. Які радіуси краплин? Вважати, що відстань між краплями значно перевищує їх лінійні розміри.

286. Чи можуть дві однойменно заряджені металеві кульки притягуватися одна до одної?

287. Дві однакові кульки заряджено однаковими позитивними зарядами $+q$. Пробною кулькою з однієї з них переносять на другу заряд $+q_1$. Як зміниться взаємодія між кульками?

288. 1000 однакових кулястих крапель води заряджено до одного і того самого потенціалу 0,01 *в*. Визначити потенціал великої кулястої краплі, добутої в результаті зливання краплин.

289. Два ізольованих сферичних провідники радіусом r_1 і r_2 були заряджені відповідно до потенціалів φ_1 і φ_2. Потім їх сполучили тонким провідником. Визначити зміну енергії провідників. Розв'язати в системі *CGSE*.

290. Поверхнева густина заряду тим більша, чим більша кривина поверхні. Чи завжди це так?

291. Яка сила діє на заряд q, вміщений поблизу двох металевих півплощин (рис. 60), що утворюють між собою кут 90°, якщо він розташований на однаковій відстані a від кожної з півплощин?

292. Електрон, початкова швидкість якого напрямлена паралельно до пластин плоского конденсатора, влітає в середину між них, а вилітає біля краю пластини (рис. 61). Заряд електрона q, різниця потенціалів між пластинами дорівнює U. Визначити зміну енергії електрона.

293. Через отвір в одній з пластин плоского конденсатора (рис 62) влітає електрон. Рухаючись прискорено між пластинами конденсатора, електрон вилітає через отвір у другій пластині. Потім магнітне поле, силові лінії якого перпендикулярні до площини руху електрона, викривляють його траєкторію і повертають електрон знову до отвору в першій пластині. Чи може такий пристрій працювати як прискорювач електронів?

294. Чотири електрони вміщені у вершинах квадрата із стороною a. Потім вони залишені самі на себе. Природно, що електрони почнуть рухатися внаслідок того, що вони відштовхуються один від одного. Визначити граничне значення швидкості кожного електрона.

295. Сферичну посудину, виготовлену з тонкої жерсті, наповнюють ртуттю, як зображено на рис 63. Резервуар закінчується трубкою з двома кранами; внутрішній діаметр трубки $a = 21$ *мм*, а товщина її стінок $d = 1$ *мм*. Між кранами трубку обкладено металевою фольгою і з'єднано її з заземленим полюсом батареї. Другий полюс батареї з'єднаний з ртуттю резервуара.

Жерстяну посудину наповнюють так: закривають ниж-

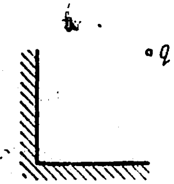


Рис. 60.

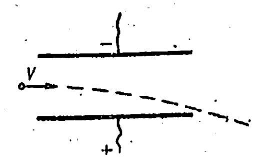


Рис. 61.

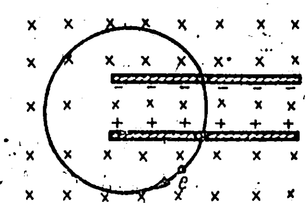


Рис. 62.

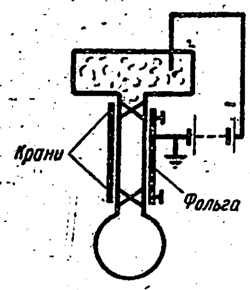


Рис. 63.

ній кран, а відкривають верхній: після заповнення трубки ртуттю закривають верхній кран і знімають фольгу, а потім через нижній кран впускають ртуть до резервуара. Так повторюють, поки не заповниться сферична посудина ртуттю.

Яка напруга (наближено) виникає між сферичною посудиною і землею, якщо е. р. с. батареї $E = 120$ *в*? Радіус кулястої посудини $R = 10$ *см*, а діелектрична проникність скла $\varepsilon = 6$.

296. Електрон, що має швидкість $5 \cdot 10^6$ *м/сек*, влітає у простір між пластинами конденсатора через отвір у позитивно зарядженій пластині. Визначити найменшу напругу між пластинами конденсатора, за якої електрон досягає негативно зарядженої пластини. Маса електрона дорівнює $9 \cdot 10^{-31}$ *кг*, а заряд електрона $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*.

Якої швидкості в цих самих умовах досягне іон ртуті (атомна вага ртуті — 200), що втратив два електрони? Початкова швидкість іона дорівнює нулю.

297. Відстань між пластинами керуючого конденсатора електронно-променевої трубки дорівнює 16 *мм*, довжина пластин 3 *см*. На яку відстань зміститься електрон, що влітає в конденсатор з швидкістю $2 \cdot 10^7$ *м/сек* паралельно до пластин, до моменту виходу з конденсатора, якщо на пластини подано постійну напругу 48 *в*?

298. Між пластини плоского конденсатора влітає електрон, швидкість якого $U = 10^7$ *м/сек* напрямлена паралельно до пластин. Відстань між пластинами $d = 1$ *см*; довжина пластин $l = 5$ *см*.

Яку максимальну напругу треба подати на пластини конденсатора, щоб електрон вилетів біля краю пластини?

Якою повинна бути швидкість електрона, щоб за дії напруги він потрапив на пластинку на відстані 1 *см* від краю, протилежного до місця влітання електрона?

299. Плоский конденсатор опускають у рідкий діелектрик з діелектричною проникністю ε і заряджають до напруги U. Потім пластини конденсатора піднімають.

На якій висоті від рівня рідини буде верхній край пластин під час пробою, якщо напруженість пробою в повітрі для однорідного поля $E_{пр}$? Висота пластин h, відстань між ними d. Поле вважати однорідним.

300. Визначити середню швидкість напрямленого руху електронів у металевому провіднику перерізом 0,5 *см*², по якому тече струм силою 12 *а*, якщо в кожному кубічному сантиметрі провідника міститься $5 \cdot 10^{21}$ вільних електронів.

301. На горизонтальному гладенькому столі лежить металевий стержень вагою P, довжина якого l. До одного кінця цього стержня прикріплена непровідна нитка, перекинута через блок, укріплений на кінці стола. На другому кінці цієї нитки висить такий самий стержень. Система, залишена сама на себе, приходить у рух. Визначити різницю потенціалів між кінцями кожного із стержнів. Тертям нитки об блок і масою нитки нехтувати.

302. Два плоских конденсатори обкладки яких мають площу 625 *см*² і відстань між якими 1,8 *мм*, з'єднані паралельно через опір 56 000 *ом*. У конденсатори вставлено пластини з діелектрика з діелектричною проникністю $\varepsilon = 5{,}3$. Пластини висовують з конденсаторів з постійною швидкістю за 5 *сек* один раз одночасно, а другий раз — почергово. Чому дорівнює різниця виконаних при цьому механічних робіт, якщо на пластинах конденсаторів спочатку була різниця потенціалів 500 *в*?

303. Чому дорівнює опір дротяного каркаса у вигляді прямокутника (рис. 64) із сторонами a і b і діагоналлю AB, якщо струм іде від точки A до точки B? Опір одиниці довжини дротини дорівнює ρ. Визначити також опір каркаса, коли коло підключено до точок C і D.

304. Між пластинами конденсатора знаходиться рідкий діелектрик. Рівень рідини щосекунди рівномірно знижується на h. До пластин конденсатора під'єднано джерело постійної напруги, е. р. с. якого E. Визначити силу струму в колі. Ширина пластин l, відстань між ними d, діелектрична проникність діелектрика ε.

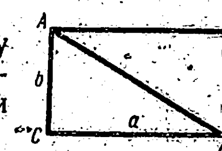


Рис. 64.

305. Розв'язати попередню задачу для випадку, коли до пластин конденсатора послідовно з джерелом напруги увімкнуто опір R.

306. До батареї з внутрішнім опором $r = 20$ *ом* під'єднано за допомогою стального дроту сигнальний пристрій

опором $R = 820$ *ом*, який знаходиться від батареї на відстані $l = 4{,}5$ *км*. Переріз дроту $S = 3$ *мм*^{2}, питомий опір $\rho = 0{,}12 \cdot 10^{-6}$ *ом · м*. До затискачів батареї під'єднано вольтметр (рис. 65), який показує напругу $U = 118$ *в*. На лінії сталося коротке замикання і після цього вольтметр показав напругу $U' = 106{,}6$ *в*.

Яку потужність споживав сигнальний пристрій перед коротким замиканням? Яка була потужність батареї? На якій відстані від батареї сталося коротке замикання?

307. Струм пропускають по провіднику, що складається з двох стержнів однакового перерізу — вугільного і залізного, з'єднаних послідовно. Яким повинно бути співвідношення довжин цих провідників для того, щоб їх загальний опір не залежав від температури?

308. Знайти розподіл струмів у схемі рис. 66, якщо прикладена напруга на вході $U = 230$ *в*, а опори дільниць схеми $r_1 = r_2 = 0{,}5$ *ом*; $r_3 = 8$ *ом*; $r_4 = 12$ *ом*; $r_5 = r_6 = 1$ *ом*; $r_7 = 2$ *ом*; $r_8 = 15$ *ом*; $r_9 = 10$ *ом* і $r_{10} = 20$ *ом*.

309. Опори R_x вимірюють одним вольтметром (рис. 67). Вольтметр на номінальну напругу $U_н = 250$ *в* увімкнули послідовно з вимірюваним опором. Джерело постійної напруги, що живить цю схему, дає напругу $U = 220$ *в*. Чому дорівнює вимірюваний опір, якщо вольтметр показує напругу $U_1 = 100$ *в*? Яку напругу показуватиме вольтметр при $R_x = 0$? Струм, що зумовлює повне відхилення стрілки вольтметра, дорівнює $I_н = 8{,}5$ *ма*.

310. Схема, показана на рис. 68, призначена для вимірювання опорів. Визначити опір R_x, спостерігаючи покази вольтметра V, що має дуже великий внутрішній опір. Опір $R = 20$ *ом*. Якщо замкнути двополюсний вимикач K на клеми A і B, то вольтметр показує $U_{AB} = 30$ *в*; при замиканні на клеми B і C — показує $U_{BC} = 48$ *в*.

311. Опори $R_1 = 2500$ *ом* і $R_2 = 2380$ *ом* сполучені послідовно і через амперметр приєднані до батареї, що

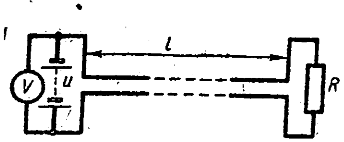


Рис. 65.

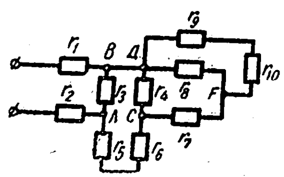


Рис. 66.

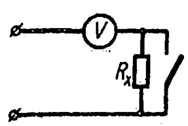


Рис. 67.

має е. р. с. 90 *в* і внутрішній опір 120 *ом*. Вольтметром з опором 1000 *ом* вимірюється напруга на кінцях опору R_1. Що покажуть амперметр і вольтметр?

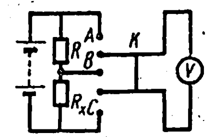


Рис. 68.

312. Джерело підтримує на кінцях провідника AB з опором 1000 *ом* постійну різницю потенціалів (рис. 69) $U_{AB} = 100$ *в*. Де потрібно розмістити рухомий контакт C, приєднаний до опору $R = 500$ *ом*, щоб цей опір був під напругою $U_{AC} = 50$ *в*? Вважати, що по провіднику AB опір 1000 *ом* розподіляється рівномірно.

313. По срібному провіднику діаметром 2 *мм* тече струм силою 2 *а*. Вважаючи, що кожний атом срібла дає один вільний електрон, обчислити середню швидкість упорядкованого руху електронів у провіднику під впливом електричного поля.

314. Вольтметр з опором $R_1 = 3000$ *ом* показує різницю потенціалів на певній дільниці кола $U_1 = 98$ *в*. Амперметр у магістралі показує силу струму I. Вольтметр з опором $R_2 = 6000$ *ом* показує різницю потенціалів на тій самій дільниці кола $U_2 = 100$ *в*. Показ амперметра в магістралі такий самий, як і в першому випадку. Визначити, яку силу струму показує амперметр, а також опір досліджуваної дільниці кола.

315. Для гальванометра потрібно розрахувати шунт. Якими повинні бути опори дільниць *1*, *2*, *3*, *4* і *5* (рис. 70), щоб чутливість гальванометра змінювалася ступенями 1; 0,1; 0,01; 0,001 і 0,0001? Загальний опір усіх секцій шунта $2 \cdot 10^5$ *ом*. Опором гальванометра порівняно з опором шунта можна нехтувати.

316. Для визначення опору двох однакових реостатів використано: батарею акумуляторів і вольтметр з опором $R_0 = 400$ *ом*. Коли реостати з'єднані паралельно, вольтметр показує напругу $U_1 = 115{,}5$ *в*. При ввімкненні вольтметра на клеми батареї він показує напругу $U_2 = 126$ *в*, а при ввімкненні на половину батареї — $U_3 = 66$ *в*. Визначити опір одного реостата R. Опором з'єднувальних провідників нехтувати.

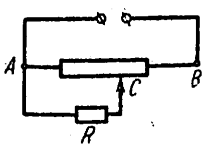


Рис. 69.

317. Для визначення опору трьох однакових реостатів використано батарею акумуляторів і вольтметр з опо-

ром $R_0 = 400$ *ом*. Коли всі реостати з'єднані послідовно, вольтметр показує напругу $U_1 = 8$ *в*, а при паралельному з'єднанні вольтметр показує напругу $U_2 = 40$ *в*. Визначити опір R одного реостата. Опором з'єднувальних провідників і внутрішнім опором батареї нехтувати. Як увімкнуто вольтметр?

318. Електричне коло (рис. 71) складається з батареї з е. р. с. 6 *в* і внутрішнім опором 1 *ом*, конденсатора і трьох опорів: $R_1 = 4$ *ом*; $R_2 = 3$ *ом*; $R_3 = 2$ *ом*. Чому дорівнює різниця потенціалів на пластинах конденсатора?

319. У схемі, показаній на рис. 72, усі опори мізерно малі порівняно з опорами вольтметрів. Вольтметри мають шкали, нуль яких знаходиться на середині шкали. Е. р. с. гальванічних елементів і опори вольтметрів відповідно дорівнюють: $E_1 = 1{,}8$ *в*; $E_2 = 2$ *в*; $E_3 = 1{,}5$ *в*; $R_1 = 6000$ *ом*; $R_2 = 2000$ *ом* і $R_3 = 3000$ *ом*. Визначити покази вольтметрів. Що саме вони показують?

320. Два вольтметри з межами вимірювань 150 *в*, але з різними внутрішніми опорами — $R_1 = 4200$ *ом* і $R_2 = 4800$ *ом* — з'єднані послідовно і увімкнуті до джерела напруги 300 *в*. Які будуть покази вольтметрів?

321. У схемі рис. 73 V_1 і V_2 — два вольтметри, опори яких відповідно $R_1 = 3000$ *ом*; $R_2 = 2000$ *ом*; $R_3 = 3000$ *ом*; $R_4 = 2000$ *ом* і $E = 200$ *в*. Знайти покази вольтметрів V_1 і V_2 для випадків, коли: 1) ключ K розімкнуто; 2) ключ K замкнуто. Опором генератора нехтувати.

322. Чи можна амперметром, в якого опір обмотки R, виміряти силу струму в колі, що має в три рази більший опір? Яка буде відносна похибка вимірювання? Якої сили струм був у колі до вмикання амперметра, якщо він показує 6 *а*? Яким повинен бути опір кола, щоб при вимірюванні сили струму цим амперметром відносна похибка не перевищувала 1%?

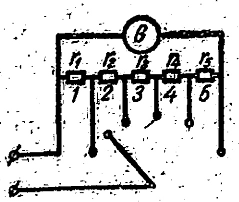


Рис. 70.

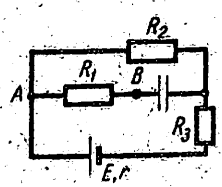


Рис. 71.

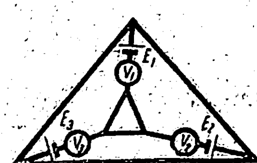


Рис. 72.

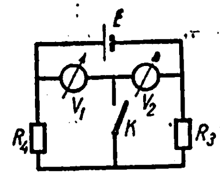


Рис. 73.

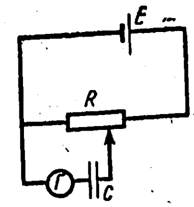


Рис. 74.

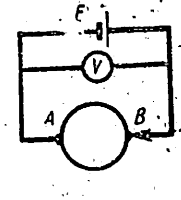


Рис. 75.

323. Чутливий гальванометр з нулем посередині шкали послідовно сполучений з конденсатором, увімкнуто в коло, як показано на рис. 74. Як поводитиметься стрілка приладу, коли повзунок його рівномірно рухатиметься?

324. За допомогою вольтметра і мікроамперметра учень хотів виміряти опір R, але помилково переплутав прилади місцями. Проте стрілки вольтметра і мікроамперметра відхилилися. Що вимірюють прилади? Чи можна за їх показами визначити опір?

325. У коло джерела напруги увімкнуто послідовно гальванометр і відомий опір R_1. Стрілка гальванометра відхилилася на певну кількість поділок. Після цього гальванометр зашунтовано опором R, а замість опору R_1 увімкнуто опір R_2. Опір R підібрано так, щоб відхилення стрілки гальванометра не змінилося. Визначити опір гальванометра, якщо $R_1 = 350$ *ом*, $R = 10$ *ом*, $R_2 = 100$ *ом*. Внутрішнім опором джерела нехтувати.

326. До точки A однорідного металевого кільця приєднано провід, а до діаметрально протилежної точки B — ковзний контакт (рис. 75). Як змінюватимуться покази приладу, коли ковзний контакт рухатиметься?

327. Який опір має лампочка, ввімкнута між точками A і B (рис. 76), якщо вона розрахована на 110 *в* і горить нормальним розжаренням? Напруга в освітлювальній мережі 220 *в*.

328. Опір двох провідників розраховують за показами вольтметра і амперметра, ввімкнутих так, як показано на рис. 77, *а* і *б*.

З'ясувати причину розбіжностей в результатах вимірів. Яку з поданих схем слід застосовувати для вимірювання малих і великих опорів? Розглянути на прикладі вимірювання опорів 2 *ом* і 100 *ом*, вважаючи опір амперметра R_a таким, що дорівнює 1 *ом*, і опір вольтметра $R_в = 1000$ *ом*

329 N точок сполучені одна з одною попарно однаковими провідниками з опором R. Визначити опір такої системи між будь-якими двома точками.

330 Як зміниться напруга U_{AK} (рис. 78), якщо: 1) зменшити опір R_2 і 2) збільшити опір R_1 шунта? Як зміниться сила струму на дільниці кола з амперметром, якщо: 1) збільшити опір R_1 шунта і 2) збільшити опір R_2? Як потрібно змінити опір R_2, щоб із зменшенням опору R_1 шунта струм на дільниці з амперметром не змінився?

331. Чому при короткому замиканні напруга на клемах джерела близька до нуля, адже сила струму в колі має найбільше значення?

332 Припустимо, що 10 цілком однакових гальванічних елементів з великим внутрішнім опором сполучено так, як показано на рис. 79 Яку напругу покаже вольтметр, приєднаний до точок A і C, якщо електрорушійна сила одного елемента дорівнює 1 *в*?

333. Елемент з е. р. с. $E = 2$ *в* і внутрішнім опором $r = 1$ *ом* під'єднано до трьох послідовно сполучених опорів: $R_1 = 4$ *ом*; $R_2 = 10$ *ом* і $R_3 = 15$ *ом*. Яку напругу показує вольтметр, під'єднаний клемами до опору R_1? Як зміниться показ вольтметра, якщо опір R_3 увімкнути паралельно до R_2? Струмом, що проходить через вольтметр, нехтувати

334 Вольтметр з опором $r_1 = 11{,}2$ *ом*, під'єднаний до полюсів джерела напруги, показує напругу $U_1 = 1{,}008$ *в*. Коли в коло увімкнули додатково опір $r_2 = 6$ *ом*, вольтметр показав напругу $U_2 = 0{,}672$ *в*. Визначити е. р. с. і внутрішній опір джерела.

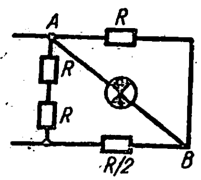


Рис. 76.

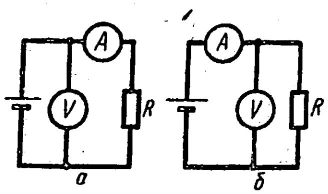


Рис. 77.

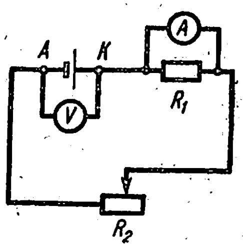


Рис. 78.

335. П'ять опорів сполучено так, як показано на рис. 80. Ця система опорів під'єднана в точках A і B до джерела з напругою 10 *в*. Яка сила струму проходить по системі опорів?

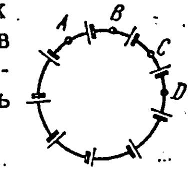


Рис. 79.

336. Три гальванічних елементи з е. р. с. 1,8 *в*, 1,4 *в* і 1,1 *в* і з внутрішніми опорами відповідно 0,4 *ом*; 0,6 *ом* і 0,2 *ом* сполучені однойменними полюсами. Визначити силу струму, що йде через кожний елемент.

337. Коли в лічильник Гейгера — Мюллера потрапляє гамма-квант, то там відбувається електричний розряд. За один розряд через лічильник проходить $5 \cdot 10^8$ електронів. Визначити середню силу струму, що проходить через лічильник, якщо за 5 *хв* він зафіксував 1500 гамма-квантів.

338. Є електрична каструля потужністю 600 *вт* і чайник на 300 *вт*. Якщо увімкнути їх в електричне коло паралельно, то вода в обох приладах закипить одночасно — через 20 *хв*. Через який час закипить вода в кожному приладі, якщо увімкнути їх в електричне коло послідовно?

339. Який струм покаже амперметр, якщо його увімкнути так, як показано на рис. 81. Усі опори однакові і дорівнюють 10 *ом*, а напруга на клемах елемента $U = 1{,}5$ *в*.

340. Два опори R_1 і R_2, з яких $R_1 > R_2$, з'єднані: 1) послідовно і 2) паралельно. Який з цих провідників споживає більшу потужність в першому випадку і в другому?

341. Акумулятор один раз було замкнуто провідником з опором 5 *ом*, другий раз — опором 10 *ом*. Визначити внутрішній опір акумулятора, якщо в обох випадках у зовнішньому колі виділяється однакова потужність.

342. Чотири лампи розжарення, розраховані на напругу $U_1 = 110$ *в* кожна, увімкнуті в коло з джерелом

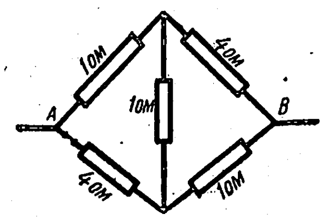


Рис. 80.

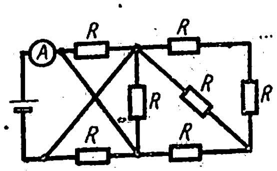


Рис. 81.

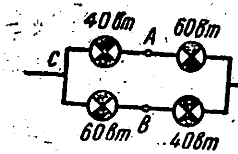


Рис. 82.

напруги $U_2 = 220$ *в*, як показано на рис. 82. Яку потужність споживають лампи, а також яка різниця потенціалів між точками A і B кола?

343. Чотири електроприлади, розраховані на напругу 110 *в* кожний: два потужністю по 25 *вт*, один — 50 *вт* і один — 100 *вт*, потрібно увімкнути в коло з напругою 220 *в* так, щоб вони працювали в нормальному режимі. Як це зробити?

344. Електродвигун, встановлений на токарному верстаті, працює під напругою 220 *в* і при силі струму 30 *а*. К. к. д. двигуна дорівнює 0,9. Визначити силу різання при обточуванні стального циліндра діаметром 300 *мм*, якщо деталь робить 100 обертів за хвилину. К. к. д. верстата 0,75.

345. Нагрівник електричного чайника складається з двох секцій. Якщо увімкнути обидві секції послідовно, то вода закипить через певний проміжок часу. При паралельному вмиканні цих секцій вода закипає в n раз швидше. Знайти відношення опорів секцій. За якого найменшого значення n задача має розв'язок?

346. Чи можна в електроплитці спіраль, розраховану на напругу 110 *в*, замінити половиною спіралі на 220 *в*, розрахованої на ту саму потужність? Чи дасть така заміна однаковий тепловий ефект?

347. До затисків батареї, електрорушійна сила якої $E = 20$ *в* і внутрішній опір $r = 4$ *ом*, підключені паралельно дві дротини з опорами $R_1 = 3$ *ом* і $R_2 = 4$ *ом*. Яка потужність виділяється в батареї і в зовнішньому колі?

348. Є прилад з ціною поділки 10 *мка*. Шкала приладу має 100 поділок, внутрішній опір приладу 50 *ом*. Як з цього приладу зробити вольтметр для вимірювання напруги до 200 *в* або амперметр для вимірювання струмів до 800 *ма*?

349. Два гальванічні елементи з е. р. с. $E_1 = 1{,}5$ *в* і $E_2 = 2$ *в* і з однаковим внутрішнім опором $r = 1$ *ом* увімкнуто в коло послідовно з опорами $R_1 = 10$ *ом* і $R_2 = 23$ *ом* так, як показано на схемі (рис. 83). Увімкнутий в коло міліамперметр показує силу

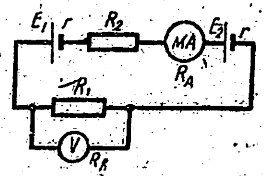


Рис. 83.

струму $I = 60$ *ма*. Коли паралельно до опору R_1 увімкнули вольтметр, покази міліамперметра збільшилися на $\Delta I = 3$ *ма*. Визначити показ вольтметра і внутрішні опори вольтметра й міліамперметра.

350. Споживач з номінальною потужністю $P = 10$ *квт* і номінальною напругою $U_н = 220$ *в* живиться від станції, що знаходиться від нього на відстані $l = 500$ *м*. Втрати напруги, згідно з нормами, не повинні перевищувати 10%. Визначити потрібний переріз S мідних проводів, напругу на початку лінії U_1, якщо фактична напруга в споживача нижча від номінальної на 5%.

351. Акумулятор з внутрішнім опором 2 *ом* замкнуто нікелевим дротом діаметром 1 *мм* і довжиною 5 *м*. Напруга в зовнішньому колі 5 *в*. Визначити коефіцієнт корисної дії акумулятора.

352. Елемент з внутрішнім опором r замкнуто опором R. При якому іншому зовнішньому опорі виділятиметься в зовнішній частині кола за одиницю часу така сама кількість теплоти, як і при опорі R? Визначити цей опір при $R = 800$ *ом* і $r = 400$ *ом*.

353. На електроплитці, увімкнутій в електромережу з напругою 220 *в*, за 10 *хв* можна нагріти 600 *г* води від 20° C до кипіння. Який опір підвідного шнура електроплитки, якщо відомо, що на ньому спадає напруга 1 *в*, а к. к. д. плитки 60%?

354. Три однакових змінних опори підключено до джерела з напругою 1,5 *в* так, як показано на рис. 84. Максимальне значення кожного з опорів (між точками A і B) дорівнює 10 *ом*. Яка потужність споживається від джерела, якщо: 1) всі повзунки знаходяться посередині змінних опорів? 2) всі повзунки перебувають у правому крайньому положенні?

355. До точок A і B схеми (рис. 85) підключено

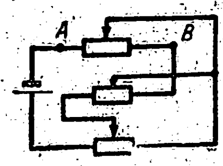


Рис. 84.

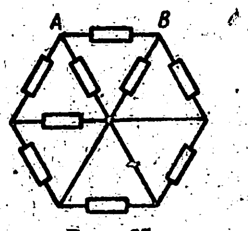


Рис. 85.

джерело з напругою 11 *в*. Яка потужність споживається від джерела, якщо в схемі всі опори однакові і дорівнюють 21 *ом* кожний?

356. Від генератора з напругою $U = 15$ *в* заряджаються п'ять послідовно сполучених акумуляторів з внутрішнім опором $r = 0{,}02$ *ом* кожний. Під кінець зарядки електрорушійна сила кожного акумулятора $E = 2$ *в*, а по колу проходить струм $I = 1$ *а*. Визначити додатковий опір R, увімкнутий в коло.

357. Електрична піч має дві секції з опорами 20 *ом* і 10 *ом*. Коли секції сполучені паралельно, піч нагрівається на 300° вище від кімнатної температури. Потім нагрівання припиняється, бо при цій температурі кількість теплоти, що віддається внаслідок випромінювання навколишньому повітрю, дорівнює кількості виділюваної теплоти. На скільки градусів нагрівається піч, якщо при цій самій напрузі секції увімкнути послідовно? Вважати, що тепловіддача пропорціональна різниці температур печі і кімнати.

358. Три учні розв'язували таку задачу: «Електродвигун при напрузі 120 *в* споживає струм 30 *а*. Опір обмоток двигуна 0,5 *ом*. Підрахувати потужність, споживану двигуном»

Один учень обчислював потужність за формулою $N = IU$, другий — за формулою $N = I^2R$, а третій — $N = \frac{U^2}{R}$. Всі учні дістали різні результати. Пояснити чому. Який учень розв'язав задачу правильно?

359. Чи постійна для джерела напруги робота, яка виконується цим джерелом у внутрішній частині кола?

360. Гальванометр чутливістю 120 *мкв* на 1° С, увімкнутий послідовно з термопарою, дає відхилення на 112 поділок, якщо вмістити один із спаїв термопари в піч. Якщо в коло ввести додатковий опір на 15 *ом*, відхилення зменшується на 40%. Чому дорівнює температура печі, якщо стрілка гальванометра відхиляється на одну поділку при струмі $3 \cdot 10^{-6}$ *а*? Другий спай термопари має температуру 0° С.

361. Через електролітичну ванну протягом 10 *хв* пропускали струм силою 3 *а*. Скільки грам-атомів і атомів металу виділиться на катоді, якщо метал тривалентний?

362. Визначити різницю потенціалів на кінцях осі автомобіля, яка виникає коли автомобіль рухається з швидкістю $v = 120$ *км/год*, якщо довжина осі 1,5 *м* і вертикальна складова напруженості земного магнітного поля дорівнює 40 *а/м*.

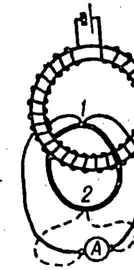


Рис. 86.

363. Магнітна стрілка може обертатись навколо горизонтальної осі. У певному місці Землі вона встановилася під кутом 60° до горизонту. Якщо до верхнього кінця стрілки прикріпити тягарець, вага якого $P = 0{,}01$ *н*, то кут зменшиться до 30°. Який тягарець треба прикріпити замість тягарця P, щоб стрілка встановилася горизонтально?

364. На стальний сердечник, що має форму тора, намотано провідник. По провіднику проходить постійний струм. До металевого кільця, що охоплює сердечник з обмоткою (тороїд), підключено два рухомих контакти, замкнутих на гальванометр (рис. 86). Зрозуміло, що магнітне поле, утворене тороїдом, пронизує і контур з гальванометром, коли контакти знаходяться в положенні 1. Переведемо рухомі контакти з положення 1 у положення 2. Величина магнітного потоку, що пронизує контур з гальванометром, зміниться: вона зменшиться до нуля, а стрілка приладу навіть не поворухнеться. Відомо, що величина е. р. с. індукції дорівнює швидкості зміни магнітного потоку. Якщо навіть дуже швидко переміщати контакти, стрілка гальванометра стоятиме на нулі: струму в контурі не буде. Поясніть цей парадокс.

365. На стальний сердечник надіто дві обмотки. Одна обмотка з великої кількості N витків приєднана до джерела синусоїдної е. р. с. E *в*. Друга обмотка складається з одного кільця, опір якого R. Точки A, B і C цього кільця (рис. 87) знаходяться на однакових відстанях одна від одної. 1) Якщо до двох з цих точок приєднати досить чутливий амперметр змінного струму з опором r, то що він покаже? 2) Як зміняться покази амперметра, якщо перекинути його в положення, показане на схемі пунктиром? Стальний сердечник не має магнітного розсіювання. Самоіндукцією кільця і з'єднувальних провідників нехтувати.

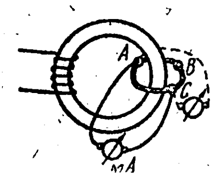


Рис. 87.

366. Визначити кут φ між падаючим і відбитим променями, якщо відбивання відбулося двічі — від двох плоских дзеркал. Кут між дзеркалами 60°. Площа променів перпендикулярна до лінії перетину дзеркал.

367. Перед плоским дзеркалом Z, підвішеним вертикально, стоїть спостерігач на відстані d від дзеркала, а за спостерігачем на відстані a знаходиться предмет висотою h, який стоїть на тій самій горизонтальній площині, що і спостерігач.

Якої висоти повинно бути дзеркало і на якій висоті H повинен бути його нижній край над землею, щоб спостерігач бачив зображення всього предмета? Око спостерігача знаходиться на висоті l від поверхні землі.

Як треба змінити висоту дзеркала і відстань його нижнього краю від землі, щоб спостерігач бачив предмет з того самого місця при іншій висоті l' ока над поверхнею землі?

368. Світловий потік Φ падає на одну і ту саму площу поверхні S, але під різними кутами (рис. 88). Чи змінюватиметься освітленість площадки?

369. Потрібно виміряти силу світла нерухомого джерела. Підійти до джерела ми не можемо, а також не знаємо відстані від нього до доступних нам точок. У нашому розпорядженні є фотометр, що дає змогу вимірювати освітленість, і масштаб для вимірювання довжини. Як виміряти силу світла джерела?

370. Два плоскі дзеркала I і II утворюють між собою кут $\alpha = 60°$. У просторі між дзеркалами на відстані $r_1 = 6$ *м* від лінії перетину обох дзеркал розміщене точкове джерело світла Z, яке знаходиться від першого дзеркала на відстані $d_1 = 1$ *м*. Спостерігач P знаходиться на відстані $r_2 = 9$ *м* від лінії перетину обох дзеркал і на відстані $d_2 = 4$ *м* від першого дзеркала. Око спостерігача і точкове джерело лежать у площині, перпендикулярній до лінії перетину дзеркал. Накреслити хід променів від джерела до ока: 1) після одного відбивання (промені відбиваються лише від одного дзеркала); 2) після двох відбивань (промені відбиваються по одному разу від кожного дзеркала); 3) після трьох відбивань.

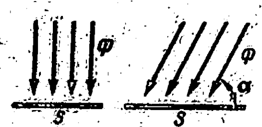


Рис. 88.

371. У порожнистій сфері зроблено отвір, через який проникає промінь світла. Внутрішня поверхня сфери відбиває світло в усі сторони однаково (дифузно) і не поглинає його.

Як відрізнятиметься освітленість точки, що лежить напроти отвору, і решти точок порожнини сфери?

372. Угнуте і опукле дзеркала, звернені одне до одного, встановлено так, що їх головні осі збігаються. Радіус кожного дзеркала r, відстань між ними $2r$. На якій відстані від опуклого дзеркала на головній осі потрібно помістити світну точку S, щоб промені, відбиті спочатку від одного, а потім від другого дзеркала, повернулися знову в точку S?

373. Довести, що, коли розглядати дно водойми вертикально зверху, видима глибина водойми дорівнює дійсній глибині, поділеній на показник заломлення води.

374. М. В. Ломоносов в одному із своїх записів ставить запитання: «Всякий колір від змочування водою стає густішим. Чому?» Справді колір поверхонь тіл, здатних просочуватися водою, стає темнішим, соковитішим після змочування. Як це пояснити?

375. Якщо зануритися під воду на неглибокому місці і подивитися вгору, то видно над головою лише невеликий світлий круг, решта поверхні води здається дзеркальною; в ній відбивається дно і різні предмети, що знаходяться під водою. Чим пояснюється це явище?

376. На один бік скляної плоско-паралельної пластинки нанесено алмазом невелику риску. Риска розглядається в мікроскоп з невеликим збільшенням, причому коли перевертають пластинку рискою вниз, доводиться опускати тубус мікроскопа на 10 *мм*, щоб чіткість зображення не порушилась. Визначити товщину пластинки. Показник заломлення скла 1,5.

377. Сторінку тексту, надрукованого дрібним шрифтом, покладено під товсту скляну пластинку, показник заломлення якої $n = 1,5$. Яка максимальна товщина пластинки, при якій короткозора людина без окулярів ще може прочитати текст, якщо звичайно вона користується окулярами з оптичною силою $D = -5$ діоптрій? (Вказівка: кути падіння і заломлення променів, які потрап-

ляють до ока, малі, а тому відношення тангенсів цих кутів можна замінити відношенням синусів)

378. Призма з легкого флінту, переріз якої є рівностороннім трикутником, прилягає однією стінкою до тонкостінної скляної посудини з водою (рис. 89). Промінь жовтого світла падає з повітря на призму під кутом 40° і, пройшовши через призму, потрапляє до посудини з водою. Яким буде кут заломлення пучка світла у воді? Під яким кутом повинен падати промінь на призму, щоб світло не пройшло до посудини з водою?

379. У призми з кутом заломлення 30° одна грань посріблена. Промінь, що падає на другу грань під кутом 45°, після заломлення і відбивання від посрібленої грані повернувся назад в тому самому напрямі. Чому дорівнює показник заломлення матеріалу призми?

380. Лупа збільшує в п'ять разів. Визначити, на якій відстані від лупи буде пряме, уявне і збільшене зображення предмета, якщо предмет розміщено між фокусом і лупою на відстані 4 *см* від лупи.

381. Чому через тонкий папір можна читати, якщо його щільно прикласти до тексту, і не можна, якщо його віднести на певну відстань від тексту?

382. За збирною лінзою, фокусна відстань якої 20 *см*, поставлено на відстані 30 *см* перпендикулярно до оптичної осі вгнуте сферичне дзеркало з радіусом кривини 20 *см*. З другого боку лінзи на відстані 40 *см* встановлено запалену свічку. Де і яке дістанемо зображення предмета?

383. Збирна лінза дає на екрані зображення джерела світла, збільшене в три рази. Якщо лінзу пересунути на 48 *см* ближче до екрана, то зображення буде в три рази меншим за джерело. Визначити фокусну відстань лінзи.

384. З якої відстані зроблено фотознімок будинку висотою 6 *м*, якщо фокусна відстань об'єктива 20 *см*, а висота будинку на знімку дорівнює 12 *мм*?

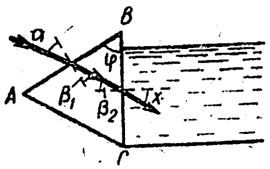


Рис. 89.

385. Точкове джерело світла розміщене на головній оптичній осі розсіювальної лінзи на відстані $d = 30$ *см* від неї. На екрані, розташованому з другого боку лінзи на відстані $l_1 = 18$ *см* від неї, утворюється світла пляма, освітленість якої E. Коли екран відсувають на відстань $l_2 = 33$ *см* від лінзи, освітленість світлої плями стає $\frac{E}{2}$. Визначити фокусну відстань лінзи.

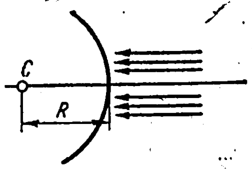


Рис. 90.

386. Фокусна відстань збирної лінзи з показником заломлення 1,6 дорівнює 25 *см*. Визначити фокусну відстань цієї лінзи, якщо вона знаходиться у воді, показник заломлення якої дорівнює $\frac{4}{3}$.

387. Коли кришталик ока стає опуклішим: тоді, коли око фіксується на близькому предметі, чи коли на далекому?

388 При найбільшому віддаленні об'єктива від плівки фотоапарат дає чіткі знімки предметів, що знаходяться від об'єктива на відстані 1,5 *м*. Яка повинна бути оптична сила лінзи, яку потрібно додатково насадити на об'єктив, щоб дістати чіткі знімки предметів, розташованих на відстані 50 *см* від об'єктива?

389 У невеликий телескоп розглядають віддалені предмети на лінії горизонту В якому напрямі і на яку відстань потрібно пересунути окуляр, щоб можна було чітко бачити предмети на відстані 100 *м*? Головна фокусна відстань об'єктива 1 *м*. Система телескопічна, тобто фокуси об'єктива і окуляра збігаються.

390 Прозора сферична поверхня радіуса R розділяє повітря і середовище з показником заломлення $n = 2,25$ (рис. 90). Тонкий пучок паралельних променів падає з повітря на цю поверхню На якій відстані від поверхні сфери промені пучка зійдуться?

391 Якому глядачеві доводиться більше висовувати трубки театрального бінокля: далекозорому чи короткозорому?

392. Людина без окулярів чітко бачить букви в книжці з відстані 50 *см*, а в окулярах — з відстані 25 *см*. Визначити оптичну силу окулярів, вважаючи око і лінзу окулярів близько розміщеними лінзами

393 Спортсмен біжить з швидкістю 8 *м/сек*. на відстані 15 *м* від фотоапарата перпендикулярно до напряму зйомки Яку мінімальну витримку повинен забезпечити затвор фотоапарата, щоб зміщення зображення на знімку не перевищувало 0,01 *мм*? Фокусна відстань об'єктива фотоапарата 5 *см*.

394. Фотограф, що знаходиться на відстані l від залізниці, хоче сфотографувати поїзд, який іде з швидкістю v, в той момент, коли промінь зору, проведений від фотографа до поїзда, утворює кут α з полотном дороги. Яку максимальну експозицію t_{max} може дати фотограф, якщо допустиме розмиття зображення на фотопластинці не повинно перевищувати d, а фокусна відстань об'єктива фотокамери дорівнює F?

395. Відстань між фокусами об'єктива і окуляра всередині тубуса мікроскопа дорівнює 16 *см*. Фокусна відстань об'єктива 0.5 *см*. Яка фокусна відстань окуляра, якщо мікроскоп дає збільшення у 800 раз?

396. Як можна розташувати об'єктив і окуляр мікроскопа, щоб через них можна було бачити зірку?

397. Людина спочатку розглядала зірку на небозводі, а потім перевела очі на книгу, розташовану на відстані найкращого зору (25 *см*). Обчислити зміну головної фокусної відстані кришталика ока.

398. Спостерігач з нормальним зором налагодив мікроскоп так, щоб чітко бачити предмет. Що повинен зробити короткозорий спостерігач, щоб чітко бачити зображення предмета в мікроскопі?

399. Дві людини — короткозора і далекозора — бачать текст книги: короткозора на відстані 15 *см*, далекозора на відстані 50 *см*. В окулярах обидві людини бачать текст на відстані 25 *см*. Визначити оптичну силу окулярів однієї і другої людини.

400. Коли світловий потік, що потрапляє в око через зіницю, більший і в скільки разів: тоді, коли спостереження за зіркою ведуть неозброєним оком, чи тоді, коли спостерігають за допомогою телескопа?

401. Головна фокусна відстань об'єктива мікроскопа $F_1 = 3$ *мм*. Предмет знаходиться від об'єктива на відстані $d = 3,1$ *мм*. Головна фокусна відстань окуляра $F_2 = 5$ *см*. Відстань нормального зору $f = 25$ *см*. Визначити, в скільки разів збільшує мікроскоп.

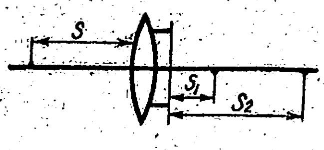


Рис. 91.

402. Дві тонкі скляні лінзи — двоопукла і плоскоувігнута — складені разом, як показано на рис. 91. Радіуси кривини сферичних поверхонь однакові і дорівнюють 30 *см*. Показник заломлення скла збирної лінзи $n_1 = 1,5$, а розсіювальної $n_2 = 1,6$. На відстані $s = 90$ *см* від лінз знаходиться предмет. Визначити відстані s_1 і s_2 від лінз до зображень предмета (діаметр збирної лінзи більший, ніж розсіювальної).

403. Найбільша довжина хвилі світла, за якої ще може спостерігатися фотоефект на калії, дорівнює 450 *ммк*. Визначити швидкість електронів, вирваних з калію світлом з довжиною хвилі 300 *ммк*.

404. Вузька фіолетова смужка продовжена червоною. Що бачить спостерігач, який дивиться на ці смужки через скляну призму, якщо заломлююче ребро призми паралельне до смужок?

405. Довести, що вільний електрон не може поглинути фотон.

406. Мідну кульку, віддалену від інших тіл, опромінюють монохроматичним світлом, довжина хвилі якого 0.2 *мк*. До якого максимального потенціалу зарядиться кулька, випромінюючи фотоелектрони? Робота виходу електрона з поверхні міді дорівнює 4,5 *ев*.

407. Якщо електрон, що летить з великою швидкістю, проходить через шар повітря (або іншої речовини), то замість одного електрона великої енергії іноді з'являється кілька електронів різних енергій. Чим це пояснити?

408. Як відрізнити нейтрони від гамма-променів за результатом взаємодії їх з речовиною?

409. Поясніть, чому розсіювання повільних нейтронів на кристалах супроводиться чіткими дифракційними явищами, тоді як при розсіюванні швидких нейтронів ці явища непомітні.

410. Бомбардування ядер урану повільними нейтронами дає більший ефект, ніж бомбардування швидкими. Чому?

411. Кишеньковий дозиметр радіоактивного випромінювання, який являє собою мініатюрну іонізаційну камеру ємністю 3 *пф*, заряджено до потенціалу 180 *в*. Під впливом опромінення потенціал знизився до 160 *в*. Скільки рентгенів покаже дозиметр, якщо до цього його стрілка була поставлена на нуль, а об'єм повітря в камері 1,8 $см^3$?

412. Якої швидкості набуває ядро RaB, що з'являється в результаті розпаду RaA, якщо енергія альфа-частинок, які випромінюються при розпаді, дорівнює 4,7 *Мев*? Атомна вага RaB дорівнює 214.

5 7-231

Розв'язки задач

VI КЛАС

1. 154 мішки. Розв'язування. Об'єм ящика $V = 22\ м \cdot 1\ м \cdot 0{,}8\ м = 17{,}6\ м^3$. В ящик можна насипати $17{,}6\ м^3 \cdot 0{,}7\ Т/м^3 = 12{,}32\ Т$ пшениці, або $12\,320\ кГ : 80\ кГ = 154$ мішки.

2. Приблизно 122 автомашини. Розв'язування. Шлаку треба привезти $V = 400\ м \cdot 4\ м \cdot 0{,}1\ м = 160\ м^3$. Питома вага шлаку $1{,}9\ Г/см^3 = 1{,}9\ Т/м^3$. Тоді вага привезеного шлаку $P = d\,V = 1{,}9\ Т/м^3 \cdot 160\ м^3 = 304\ Т$. Для перевезення цього шлаку треба $n = \frac{304}{2{,}5} \approx 122$ машини.

3. $P = 789{,}75\ кГ$. Розв'язування. Об'єм 150 різців $V = 91\,125\ см^3$. Для їх виготовлення потрібно $\frac{91\,125}{90} \cdot 100\ см^3 = 101\,250\ см^3$, або за вагою $P = 7{,}8\ Г/см^3 \times$ $\times\ 101\,250\ см^3 = 789{,}75\ кГ$.

4. Розв'язування. Вагу тіла можна обчислити за формулою $P = dV$. Для цього треба знати питому вагу речовини, з якої складається тіло, і об'єм тіла. Питому вагу речовини можна знайти з таблиці, а об'єм виміряти.

5. Розв'язування. Спочатку потрібно знати, скільки важить кусочок цього матеріалу, площа якого дорівнює одиниці. Для цього зважують квадратик, виготовлений з того самого матеріалу. Поділивши вагу всієї фігури на вагу вибраної одиниці площі, дістанемо площу фігури.

6. Розв'язування. Коли космічний корабель рухається по орбіті навколо Землі, повітря знаходиться в стані невагомості, тому питома вага повітря дорівнює нулю.

7. $P_1 \approx 79{,}38\ Г$. Розв'язування. Визначимо об'єм куска кварцу з золотом: $V = \frac{102{,}5Г}{7{,}98Г/см^3} \approx$

$\approx 12{,}84\ см^3$. Позначимо об'єм самородка золота через V_1, тоді можна записати $2{,}65\ (12{,}84 - V_1) + 19{,}36V_1 = 102{,}5\ Г$. Звідси $V_1 \approx$ $\approx 4{,}1\ см^3$. Тоді вага самородка золота $P_1 = 19{,}36\ Г/см^3 \cdot 4{,}1\ см^3 \approx$ $\approx 79{,}38\ Г$.

8. $p = 18\ кГ/см^2$; $k = 15$. Розв'язування. Тиск на фундамент $p = dh = 18\ кГ/см^2$. Тоді запас міцності $k = \frac{270}{18} = 15$.

9. $p = 1970\ кГ/см^2$. Розв'язування. Враховуючи, що загальна площа дотику чотирьох коліс до рейок дорівнює $5\ см^2 \cdot 4 =$ $= 20\ см^2$, а вага вагона 39,4 $Т$, знайдемо тиск $p = \frac{F}{s} = 1970\ кГ/см^2$.

10. Другий трактор теж пройде. Розв'язування. Другий трактор створює на грунт тиск $p = \frac{F}{s} = \frac{28000\ кГ}{70000\ см^2} = 0{,}4\ кГ/см^2$. Оскільки $0{,}4 < 0{,}48$, то другий трактор пройде по цій дільниці.

11. $S_1 = 10\ см^2$. Розв'язування. Загальна сила тиску на кришку $F = pS = 16\ кГ/см^2 \cdot 2500\ см^2 = 40000\ кГ$. Припустимий тиск на всі болти $p_1 = 500\ кГ/см^2 \cdot 8 = 4000\ кГ/см^2$. Тоді площа поперечного перерізу болта $S_1 = \frac{F}{p_1} = 10\ см^2$.

12. Розв'язування. За законом Архімеда, на тіло, занурене в рідину, діє з боку рідини виштовхувальна сила, яка дорівнює вазі рідини в об'ємі зануреного тіла. Ця сила зменшує натяг нитки, на якій висить тіло. Тому на другу шальку терезів діє вага штатива і вага тіла, зменшена на вагу витісненої ним води. За третім законом Ньютона, занурене в рідину тіло тисне на рідину із силою, що дорівнює виштовхувальній силі, і ця дія через рідину в посудині передаватиметься на першу шальку терезів. Ця додаткова сила виникає тому, що рівень рідини при зануренні тіла піднімається і, отже, тиск на дно посудини збільшується. Таким чином, на першу шальку терезів діють такі сили: вага посудини з водою і вага води в об'ємі зануреного тіла. Оскільки штатив з тілом важить стільки, скільки важить посудина з водою, то для відновлення рівноваги потрібно на другу шальку, на якій стоїть штатив, покласти тягар, який дорівнює подвійній вазі води в об'ємі зануреного тіла.

13. Рівновага не зберігається. Розв'язування. Коли криса плаває у воді, то на праву шальку терезів діє вага банки з водою і вага криси. Якщо криса починає підніматися по вірьовці, то сила, що діє на праву шальку терезів, зменшується на вагу криси, а сила, що діє на ліву шальку терезів, збільшується на вагу криси. Тому рівновага терезів порушиться.

14. Розв'язування. За законом Архімеда, вага плаваючого льоду дорівнює вазі витісненої ним води. Тому об'єм води, що утворюється при таненні льоду, точно дорівнюватиме об'ємові витісненої води, і рівень води в стакані не зміниться.

Якщо в склянку налити рідину з більшою питомою вагою, ніж вода, то об'єм води, що утвориться після танення льоду, буде більший, ніж об'єм рідини, витісненої льодом, і вода переллється через край. Якщо в склянці буде рідина з меншою питомою вагою, то після танення льоду рівень знизиться.

15. Рівень води знизиться. Р о з в'я з у в а н н я. Якби кусок льоду був суцільним, то він витіснив би таку кількість води, як і даний. При цьому, як відомо з розв'язку попередньої задачі, після танення суцільного куска рівень води в посудині не змінився б.

Об'єм води, яку дістанемо в результаті танення даного куска льоду, в сумі з об'ємом речовини, яка не розчиняється у воді, буде менший від об'єму води, яка утворилася б в результаті танення суцільного куска льоду, отже рівень води в посудині знизиться.

16. $h = 5$ *см*. Р о з в'я з у в а н н я. Зростання осадки визначимо з умови, що вага автомобіля повинна дорівнювати вазі води в тому об'ємі, на який збільшиться об'єм зануреної у воду частини порома. Виразивши розміри порома в дециметрах, запишемо: $3000\ кГ = 150\ дм \cdot 40\ дм \cdot h \cdot 1\ кГ/дм^3$, звідси $h = 0{,}5\ дм = 5\ см$.

17. $h = 8\ м$. Р о з в'я з у в а н н я. Вода підніметься у водопроводі на таку висоту, щоб стовп води створював тиск $0{,}8\ кГ/см^2$. Тоді з формули $p = dh$ визначимо $h = \frac{p}{d} = 8\ м$.

18. $S = 5\ м^2$. Р о з в'я з у в а н н я. Якщо вага всієї крижини P_1, а вага вантажу P, то умову плавання тіл можна записати так: $F = P_1 + P$, де F — виштовхувальна сила, що визначається за законом Архімеда. Вага крижини: $P_1 = Shd_1$. Вага витісненої води: $F = Sh_1d_2$. Тоді $Sh_1d_2 = Shd_1 + P$. Звідси $S = \frac{P}{h_1d_2 - hd_1} = 5\ м^2$.

19. $V_2 = 1350\ м^3$; $V = 1545\ м^3$. Р о з в'я з у в а н н я. За законом Архімеда, вага води в об'ємі зануреної частини айсберга дорівнює вазі айсберга: $d_2V_2 = d_1(V_1 + V_2)$, звідки $V_2 = V_1\frac{d_1}{d_2 - d_1} = 1350\ м^3$. Об'єм усього айсберга $V = V_1 + V_2 = 1545\ м^3$.

20. $P = 407\ T$. Р о з в'я з у в а н н я. За законом Архімеда, вага земснаряда повинна дорівнювати вазі води в об'ємі зануреної частини земснаряда: $P = dV = 1\ T/м^3 \cdot 37\ м \cdot 11\ м \cdot 1\ м = 407\ T$.

21. Об'єм куска дерева повинен становити половину об'єму людини. Р о з в'я з у в а н н я. За законом Архімеда, можна записати: $1{,}075V_л + 0{,}6V_x = 1\left(V_x + \frac{7}{8}V_л\right)$, де $V_л$ — об'єм людини, а V_x — об'єм куска дерева. Звідси $\frac{V_x}{V_л} = 0{,}5$.

22. $\Delta h \approx 24{,}3\ см$. Р о з в'я з у в а н н я. За законом Архімеда, водотоннажність судна дорівнює вазі води в об'ємі зануреної частини корабля, тому з формули $P = Shd$ визначимо спочатку глибину осадки корабля в прісній воді: $h = \frac{P}{Sd}$. Аналогічно для осадки в океанській воді запишемо: $h_1 = \frac{P}{Sd_1}$. Тоді зміна осадки корабля

$$h - h_1 = \frac{P}{S}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_1}\right) \approx 24{,}3\ см.$$

23. $d_д = 0{,}5\ Г/см^3$. Р о з в'я з у в а н н я. За законом Архімеда,

$d_дV = \frac{1}{2}dV$, де $d_д$ — питома вага дерева, а d — питома вага води.

Звідси $d_д = \frac{1}{2}d = 0{,}5\ Г/см^3$.

24. Підіймальна сила зменшиться на $1800\ кГ$. Вага оболонки і
гондоли $P_0 = 21{,}5\ T$. Р о з в'я з у в а н н я. На аеростат діють дві
сили: вага аеростата (яка дорівнює вазі оболонки і гондоли P_0
плюс вага водню $d_вV$), напрямлена вертикально вниз, і виштовху-
вальна сила повітря $d_пV$, напрямлена вертикально вгору. Їх різни-
ця і буде підіймальною силою аеростата, тобто $d_пV - (P_0 + d_вV) =$
$= 2500\ кГ$, звідки $P_0 = 21\,500\ кГ$.

Якщо заповнити аеростат гелієм, то підіймальна сила аеростата
буде $F = d_пV - (P_0 + d_гV) = 700\ кГ$, тобто зменшиться на $1800\ кГ$.

25. Терези будуть у рівновазі.

26. Терези залишаться в рівновазі. Р о з в'я з у в а н н я. Виш-
товхувальна сила, що діє на тіло, яке плаває, дорівнює вазі води
в об'ємі зануреної частини тіла. З такою самою силою тіло діє на
воду. Отже, вага на лівій шальці терезів не зміниться, якщо забра-
ти тіло і «утворену впадину» залити водою. Тоді матимемо справу
лише з водою, яка в сполучених посудинах стоїть на одному рівні.
Отже, терези будуть у рівновазі.

27. $F_1 = 33\ кГ$. Р о з в'я з у в а н н я. Тиск води на глибині
1,8 *м* буде: $p = dh = 180\ Г/см^2$. Тоді вода тиснутиме на площадку
$200\ см^2$ з силою $F = pS = 36\ кГ$. Враховуючи, що вага дошки $3\ кГ$,
на дошку треба тиснути з силою $F_1 = 33\ кГ$.

28. $P_1 = 18\ Г$. Р о з в'я з у в а н н я. Вага кубика в гасі до-
рівнює різниці між вагою кубика в повітрі і виштовхувальною си-
лою гасу, яка діє на кубик в гасі, тобто $P_1 = d_cV - d_гV = 18\ Г$.

29. Рівень води понизиться, коли занурити фарфорову чашку,
підвищиться, коли занурити чашку з дерева.

30. Менший. Р о з в'я з у в а н н я. Якщо кусочок заліза вий-
няти з банки, то банка стане легшою на вагу куска заліза і, отже,
об'єм витісненої нею води зменшиться на величину $V_1 = \frac{P}{d_1}$, де
P — вага куска заліза, d_1 — питома вага води. При зануренні у во-
ду кусок заліза витисне об'єм води, що дорівнює власному об'ємові
$V_2 = \frac{P}{d_2}$, де d_2 — питома вага заліза. Оскільки $d_2 > d_1$, то $V_1 > V_2$.
Отже, рівень води в посудині знизиться.

31. $d_б = 0{,}7\ Г/см^3$. Р о з в'я з у в а н н я. Вага куска металу
у воді дорівнює різниці між вагою тіла у повітрі і виштовхуваль-
ною силою води, тобто вагою води в об'ємі зануреного тіла. Звідси
знайдемо об'єм тіла. Оскільки виштовхувальна сила води $780\ Г -$
$- 680\ Г = 100\ Г$, то об'єм куска металу $V = \frac{P}{d} = 100\ см^3$.

Виштовхувальна сила бензину $780\ Г - 710\ Г = 70\ Г$; тоді пи-
тома вага бензину $\frac{70\ Г}{100\ см^3} = 0{,}7\ Г/см^3$. Аналогічно визначаємо пи-
тому вагу гасу $d_г = \frac{80\ Г}{100\ см^3} = 0{,}8\ Г/см^3$.

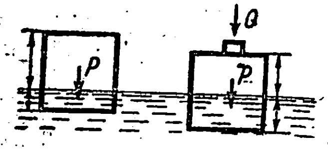


Рис. 92.

32. На занурений підводний човен діє сила тиску води. Ця сила діє і на верхню, і на нижню частини підводного човна. Оскільки тиск з глибиною зростає, то сила, що діє на нижню частину човна і напрямлена вгору, більша за силу, що діє на верхню його частину і напрямлена вниз. Різниця цих двох сил і зумовлює підіймальну силу. Коли човен щільно прилягає до м'якого грунту, так що між ним і грунтом немає води, тиск на нижню частину човна відсутній, тобто відсутня сила, напрямлена вгору. Сила тиску на верхню частину човна напрямлена вниз і разом з вагою човна притискує його до грунту.

33. $d_1 = 0{,}25\ кГ/дм^3$, $d_к = 2\ кГ/дм^3$. Розв'язування. Об'єм зануреної у воду частини куба (рис. 92) дорівнює $V = hS = 0{,}25\ м^3$, отже, і об'єм витісненої води теж буде $0{,}25\ м^3$, а її вага $P = dV = 250\ кГ$.

Тоді питома вага речовини куба $d_1 = \frac{P}{V} = \frac{250\ кГ}{1000\ дм^3} = 0{,}25\ кГ/дм^3$.

Разом з каменем куб витіснить об'єм води $V_1 = (0{,}25 + 0{,}02) \times 1\ м^3 = 0{,}27\ м^3$. Вага витиснутої води дорівнює $P_1 = dV = 270\ кГ$, отже, вага каменя $P_к = 270\ кГ - 250\ кГ = 20\ кГ$, а питома вага каменя $d_к = \frac{P_к}{V_к} = 2\ кГ/дм^3$.

34. Гас і бензин спливатимуть на поверхню води і продовжуватимуть горіти, бо вода не перешкоджає надходженню повітря (яке підтримує горіння) до гасу чи бензину.

35. Вага свинцю у воді $P_1 = 1{,}825\ кГ$ і в гасі $P_2 = 1{,}86\ кГ$. Розв'язування. Щоб визначити вагу свинцю у воді чи в гасі, треба від ваги свинцю в повітрі відняти виштовхувальну силу рідини. Для знаходження величини виштовхувальної сили потрібно знати об'єм свинцю $V = \frac{P}{d} \approx 0{,}175\ дм^3$. Тоді виштовхувальна сила води $F_1 = 0{,}175\ кГ$, а вага свинцю у воді $P_1 = 2\ кГ - 0{,}175\ кГ = 1{,}825\ кГ$.

Виштовхувальна сила гасу $F_2 = 0{,}175\ дм^3 \cdot 0{,}8\ кГ/дм^3 = 0{,}14\ кГ$. Тоді вага куска свинцю в гасі $P_2 = 2\ кГ - 0{,}14\ кГ = 1{,}86\ кГ$.

36. Рівновага зміниться: перетягне порожниста куля з отвором. Розв'язування. На занурені у воду кулі діятимуть різні виштовхувальні сили. Повітря в порожнистій кулі стиснеться і, отже, займе менший об'єм. Внаслідок цього на порожнисту кулю діятиме менша виштовхувальна сила, тобто у воді ця куля буде важчою.

37. $d_к = 0{,}24\ Г/см^3$. Розв'язування. Загальна вага заліза і корка $P_1 = P_к + P_з = 12{,}9\ Г$. У воді їх вага дорівнює $6{,}4\ Г$, отже, вага витисненого ними об'єму води $P_в = P_1 - P = 6{,}5\ Г$.

Загальний об'єм заліза і корка $V = \frac{P_в}{d_в} = 6{,}5\ см^3$.

Об'єм заліза $V_з = \frac{P_з}{d_з} = 1{,}5\ см^3$, отже, об'єм лише одного корка $V_к = 6{,}5\ см^3 - 1{,}5\ см^3 = 5\ см^3$.

Питома вага корка $d_к = \frac{P_к}{V_к} = 0{,}24\ Г/см^3$.

38. Тиск на певній глибині залежить лише від висоти стовпчика води і питомої ваги води. Коли пароплав пропливає над рибами, висота стовпчика води практично не змінюється.

39. Коли кульку перемістити до краю чашки, рівновага не порушиться, бо, за законом Паскаля, тиск на ліву і праву стінки чашки буде однаковий.

VII КЛАС

40. $v_1 = 17\ м/сек$. Розв'язування. Тому що швидкість світла надзвичайно велика, то відстань паровоза від спостерігача в момент, коли пролунав свисток, $s = vt = 340\ м/сек \cdot 3\ сек = 1020\ м$. Тоді швидкість паровоза $v_1 = \frac{s}{t_1} = 17\ м/сек$.

41. $t_1 \approx 22{,}2$ доби. Розв'язування. Визначивши подвійну відстань від Землі до Місяця $ct = 3 \cdot 10^8\ м/сек \cdot 2{,}56\ сек = 76{,}8 \times 10^7\ м$ і поділивши її на швидкість літака, дістанемо $t_1 \approx 22{,}2$ доби.

42. $t = 225\ хв$. Розв'язування. Визначимо спочатку, за скільки ходів різця буде оброблена площина: $\frac{40\ см}{0{,}2\ см} = 200$ проходів. Час одного проходу різця $t_1 = \frac{2{,}7\ м}{0{,}12\ м/сек} + \frac{2{,}7\ м}{0{,}24\ м/сек} = 33{,}8\ сек$. Тоді для обробки площини потрібен час $t = 67{,}5\ сек \times 200 = 112{,}6\ хв$.

43. $v = 75\ км/год$. Розв'язування. Позначимо через v швидкість поїзда відносно поверхні землі. Тоді поїзд рухається відносно велосипедиста з швидкістю $(v - 12)\ км/год$ і проходить $0{,}14\ км$ за $8\ сек$. Отже, можна записати $s = (v - 12)\,t$, або, підставивши числові значення величин: $0{,}14\ км = (v - 12\ км/год)\ \frac{8}{3600}\ год$, звідки $v = 75\ км/год$.

44. $v_1 = 72\ км/год$; $v_2 = 9\ км/год$. Розв'язування. Середня швидкість $v = \frac{s}{t}$. Але час руху автобуса $t = t_1 + t_2$, де $t_1 = \frac{\frac{1}{2}s}{v_1}$ — час руху автобуса на першій половині шляху; $t_2 = \frac{\frac{1}{2}s}{v_2}$ — час руху автобуса на другій половині шляху. Враховуючи, що $v_1 = 8v_2$, дістанемо $16\ км/год = \frac{16v_2}{9}$, звідки $v_2 = 9\ км/год$, тоді $v_1 = 72\ км/год$.

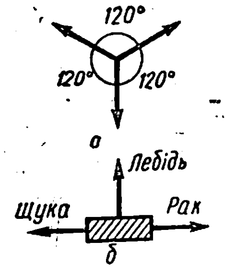


Рис. 93.

45. Р о з в' я з у в а н н я. Нехай v — швидкість плавця відносно води, а v_0 — швидкість течії річки. Відстань після зустрічі x плавець проплив за t_1, тобто $x = (v - v_0)\ t_1$. За цей самий час порожній човен, що пливе за течією, проплив відстань $v_0 t_1$.

Повернувши назад, плавець проплив відстань $(3 + x)$ *км* за час t_2, отже, $3 + x = (v + v_0)\ t_2$. За цей самий час порожній човен проплив за течією відстань $v_0 t_2$.

Очевидно, що $v_0 t_1 + v_0 t_2 + (v - v_0) t_1 = (v + v_0)\ t_2$, звідки $v t_1 = v t_2$ або $t_1 = t_2$. Отже, порожній човен проплив відстань 3 *км* за 1 *год*, тоді швидкість течії річки $v_0 = 3$ *км/год*.

46. Р о з в' я з у в а н н я. Можуть бути два випадки. 1-й випадок: усі три рівні сили розміщені в одній площині і утворюють між собою кути 120°. У цьому випадку рівнодійна цих трьох сил дорівнюватиме нулю (рис. 93, *а*); 2-й випадок: рак і щука тягнуть воза в прямо протилежні боки, а лебідь — вертикально вгору (рис. 93, *б*), причому сила тяги лебедя повинна бути менша від ваги воза.

47. $h = 1{,}5$ *м*. Р о з в' я з у в а н н я. Розкладемо вагу вантажу на похилій площині на складові: паралельну і перпендикулярну до похилої площини (рис. 94). Для того щоб рівномірно піднімати вантаж по похилій площині, до нього треба прикладати рушійну силу, що дорівнює сумі скочуючої сили F_1 і сили тертя. Оскільки сила тертя дорівнює 10 *кГ*, то скочуюча сила $F_1 = 40\ кГ - 10\ кГ = 30\ кГ$, тобто скочуюча сила вдвічі менша за вагу вантажу, а це означає, що кут похилої площини дорівнює 30°. Тоді висота похилої площини становить половину її довжини, тобто 1,5 *м*.

48. Вага парашутиста і сила опору повітря дадуть рівнодійну, напрямлену вперед, тому парашутист полетить вперед.

49. $v = 48$ *км/год*. Р о з в' я з у в а н н я. Середня швидкість руху $v_{ср} = \frac{2s}{t}$, де s — відстань між містами, t — час руху автобуса від пункту A до B і назад. Очевидно, що $t = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}$. Підставивши це значення t, дістанемо $v_{ср} = \dfrac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \dfrac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 48$ *км/год*.

50. Баки для палива розміщують на літаку так, щоб положення центра ваги літака з паливом і без палива збігалось.

51. Центр ваги переміститься на 25 *см* ближче до кінця, від якого відрізали 10 *см*. Р о з в' я з у в а н н я. Можна вважати, що з обох кінців спочатку відрізали по 10 *см*. Це не змінило положення центра ваги. Якщо тепер з одного кінця відрізати 50 *см*, то центр ваги зміститься на 25 *см* ближче до другого кінця.

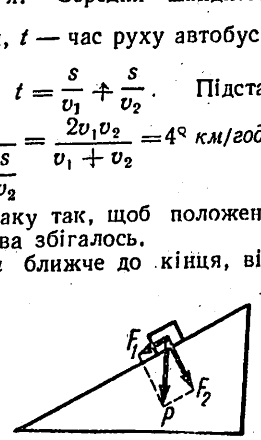


Рис. 94.

52. Силу потрібно прикласти однакову, причому таку, що дорівнює половині ваги плити. Роботу для підняття довшої плити

потрібно виконати більшу, бо центр ваги треба підняти на більшу висоту.

53. $v \approx 2{,}75$ *м/сек*. Р о з в' я з у в а н н я. З формули потужності $N = Fv$ визначимо швидкість

$$v = \frac{N}{F} = \frac{54 \cdot 102\ кГм/сек}{2000\ кГ} \approx 2{,}75\ м/сек.$$

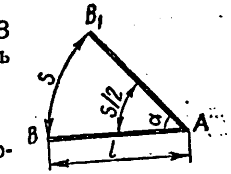


Рис. 95.

54. $A = \frac{3}{2} F \cdot a$. Р о з в' я з у в а н н я. Робота, яку треба виконати, щоб дотягти пробку до краю трубки: $A_1 = F \cdot a$. Коли пробку починають витягувати, сила тертя зменшується від значення F до 0. Тоді роботу по витягуванню можна обчислити як роботу середньої сили $\frac{F + 0}{2}$ на шляху a. Повна робота по витягуванню пробки буде $A = F \cdot a + \frac{1}{2} Fa = \frac{3}{2} Fa$.

55. $A_{min} = \frac{1}{2} kPl\alpha$. Р о з в' я з у в а н н я. Шлях, пройдений точкою B (рис. 95), дорівнює s, а точкою A — нулю. Тоді центр ваги дошки переміститься на $\frac{1}{2} s$. Сила тертя дорівнює $F_т = kP$, тому мінімальна робота дорівнює $kP \frac{1}{2} s$. Якщо кут α виміряний в радіанах, то $s = \alpha l$. Тоді $A_{min} = \frac{1}{2} kPl\alpha$.

56. $A_2 - A_1 = (d_2 - d_1) \frac{\pi D^2}{8} h^2$. Р о з в' я з у в а н н я. На занурений циліндр діє виштовхувальна сила, величина якої змінюється від 0 до значення $d \frac{\pi D^2}{4} h$, тобто пропорціонально глибині занурення, де d — питома вага рідини. Тому можна вважати, що в середньому на циліндр діє сила $F = \frac{0 + F_{max}}{2} = d \frac{\pi D^2}{8} h$. На переборювання цієї сили на шляху h треба виконати роботу $A = Fh = d \frac{\pi D^2 h^2}{8}$. Якщо питома вага води d_1, а ртуті — d_2, то різниця робіт при зануренні циліндра на глибину h у ці рідини $A_2 - A_1 = (d_2 - d_1) \frac{\pi D^2}{8} h^2$.

57. Людина і тягар підніматимуться вгору з однаковою швидкістю. Справді сила натягу вірьовки вздовж усієї її довжини однакова, а тому й швидкості людини і тягаря відносно блока будуть однаковими.

58. Для того щоб людина змогла підняти ліву ногу і не втратити при цьому рівноваги, треба, щоб перпендикуляр, опущений з її центра ваги, проходив через ступню правої ноги. За умовою цієї задачі це неможливо.

59. Льоду буде 275 *г* і води 425 *г*.

60. $t_1^0 \approx -44$°C. Розв'язування. Вода і лід можуть бути в суміші лише при температурі 0°C. З умови задачі видно, що на нагрівання льоду до 0°C потрібно теплоти більше, ніж може віддати вода, охолоджуючись до 0°C. Тому щоб могли існувати вода і лід в суміші частина води (64 г) повинна перетворитися в лід при 0°C, віддавши при цьому певну кількість теплоти. Для нагрівання льоду до 0° потрібна кількість теплоти $Q_1 = c_1m_1(0° - t_1^0)$. Вода, охолоджуючись, виділяє кількість теплоти $Q_2 = cm_2(t_2^0 - 0°)$. Частина води, перетворюючись у лід, виділяє кількість теплоти $Q_3 = \lambda m_3$. Отже, $c_1m_1(0° - t_1^0) = cm_2(t_2^0 - 0°) + \lambda m_3$, звідки — $-t_1^0 = \frac{cm_2(t_2^0 - 0°) + \lambda m_3}{c_1m_1} \approx 44°$.

61. Коли небо закрите хмарами, то менше теплоти випромінюється Землею в міжпланетний простір. Коли йде сніг, то при цьому конденсується водяна пара і виділяється певна кількість теплоти.

62. У посудині, в яку опущено залізну гирю, вода нагріється приблизно на 0,2° вище.

63. Господарка зробила неправильно, бо в цьому випадку теплообмін за допомогою конвекції не відбуватиметься, а теплопровідність води мала. Щоб прискорити охолодження води, треба лід покласти на кришку каструлі.

64. Розв'язування. Графік являє собою ламану, що складається з трьох прямолінійних ділянок. Перша ділянка — відрізок прямої, що починається в точці з координатами $t_1 = 0$ хв (вісь ординат) і $t_1^0 = 20$°C і закінчується в точці з координатами $t_2 = 10,63$ хв і $t_2^0 = 1083$° C (точка плавлення міді). Друга ділянка являє собою відрізок горизонтальної прямої, що починається в останній із згаданих точок і закінчується в точці з координатами $t_3 = 15,24$ хв і $t_3^0 = 1083$° C. Після цієї точки знову починається зростання температури.

65. Різкі зміни температури пояснюються низькою питомою теплоємністю піщаного і кам'янистого грунту.

66. $m \approx 1242$ кг. Розв'язування. За законом збереження енергії, $Nt = \eta mq$, де η — к. к. д. двигунів, а $t = \frac{s}{v}$. Тоді $m = \frac{Ns}{\eta qv} \approx 1242$ кг.

67. $m_п \approx 453$ г. Розв'язування. З умовою задачі складемо рівняння теплового балансу: $m_п r = c_1m_1(\theta° - t_0^0) + \lambda m_2 + c \times (m_3 + m_2)(\theta° - t_0^0)$. Звідси

$$m_п = \frac{c_1m_1(\theta° - t_0^0) + \lambda m_2 + c(m_3 + m_2)(\theta° - t_0^0)}{r} \approx 453 \text{ г}.$$

69. Для кипіння необхідний приплив енергії. Оскільки пара має температуру 100°, від пари енергія не передаватиметься воді і вода не кипітиме.

70. Ні, не замерзне.

71. Тому що коефіцієнт розширення бетону майже дорівнює коефіцієнтові розширення заліза.

72. При рівномірному нагріванні радіус диска зросте в стільки разів, у скільки збільшиться довжина дуги, а тому кут $\alpha = \frac{s}{R}$ не зміниться.

73. $t° \approx 526,8$° C. Розв'язування. Згідно з умовою задачі, $c_1m_1(t° - \theta°) = c_2m_2(\theta - t_1^0)$, звідки $t° = \frac{c_1m_1\theta° + c_2m_2(\theta° - t_1^0)}{c_1m_1} \approx 526,8$° C.

74. Швидкість охолодження нагрітого тіла залежить від різниці температур тіла і середовища, тому вигідніше дати склянці охолоджуватися протягом 10 хв, а потім покласти ложечку снігу.

75. Це пояснюється тим, що ефір випаровується значно швидше, ніж вода.

VIII КЛАС

76. Від удару молотка колесо коливається, при цьому чути звук. Ціле колесо і колесо з тріщиною звучать не однаково.

77. Порожнина пляшки є резонатором, який виділяє з шуму тон певної висоти. В міру наповнення пляшки довжина резонуючого повітряного стовпа зменшується і тому підвищується висота тону.

78. На тому боці пушинок чи клаптиків паперу, який ближче до зарядженого тіла, виникає внаслідок індукції заряд протилежного знака, а на дальшому — однойменний з зарядом зарядженого тіла. Тому що відстань між різнойменними зарядами менша, ніж відстань між однойменними, то і сила притягання буде більша за силу відштовхування.

Коли паличкою доторкнутися до пушинок або клаптиків паперу, то вони наелектризовуються однойменним зарядом і тому відштовхуються.

79. $R \approx 6,2$ ом. Розв'язування. На додатковому опорі повинна спадати напруга $U_1 = 127$ в — 110 в = 17 в. Щоб визначити величину цього опору, потрібно знати величину струму, що проходить через додатковий опір (а значить, і через лампу). Величину струму визначимо з формули потужності $I = \frac{N}{U}$. Тоді $R = \frac{U}{N}U_1 \approx 6,2$ ом.

80. $l \approx 1441$ м. Розв'язування. При паралельному з'єднанні частин дротини довжина провідника зменшується в 7 раз і в стільки ж разів збільшується поперечний переріз. Тому $R = \rho\frac{\frac{1}{7}l}{7S}$, де l — початкова довжина дротини, S — поперечний переріз дротини. Звідси $l = \frac{49RS}{\rho} \approx 1441$ м.

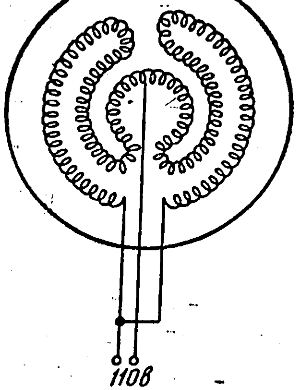


Рис. 96.

81. $n = 10$. Розв'язування. Нехай дротину розрізали на n рівних частин, тоді опір одного куска буде $\frac{R}{n}$. При паралельному з'єднанні кусків загальний опір буде в n раз менший від опору одного куска, тобто $r = \frac{R}{n^2}$, або, підставивши числові значення, дістанемо $2\ ом = \frac{200\ ом}{n^2}$, звідки $n = 10$.

82. Опір алюмінієвої дротини більший. Розв'язування. Згідно з умовою задачі, можна записати: $d_1 l_1 S_1 = d_2 l_2 S_2$, або, підставивши числові значення величин, $l_2 = \frac{54}{89} l_1$.

Позначимо опір алюмінієвої дротини через $R_1 = \rho_1 \frac{l_1}{S_1}$, мідної — через $R_2 = \rho_2 \frac{l_2}{S_2}$. Підставимо значення ρ_1, S_1, ρ_2, S_2 і в формулі для R_2 виразимо l_2 через l_1. Тоді $R_1 = 0{,}014 l_1$, а $R_2 \approx 0{,}0103 l_1$. Отже, $R_1 > R_2$.

83. Потрібно з'єднати вольтметри послідовно і увімкнути їх паралельно до тієї дільниці, на якій треба виміряти напругу.

84. Треба увімкнути в коло 1/4 довжини спіралі. Розв'язування. Згідно з умовою задачі, $\frac{U_1^2}{R_1} = \frac{U_2^2}{R_2}$. Підставивши числові значення, дістанемо $R_2 = \frac{1}{4} R_1$. Оскільки опір спіралі пропорціональний довжині дротини, то потрібно довжину спіралі зменшити в 4 рази.

Такий самий результат можна дістати, поділивши спіраль на дві рівні частини і увімкнувши ці частини паралельно (рис. 96).

85. $l = 112{,}5\ м$. Розв'язування. На реостаті спадає напруга $U_1 = 180\ в$. По реостату проходить струм $I = 5a$, опір реостата $R = \frac{U_1}{I} = 36\ ом$. Тепер з формули $R = \rho \frac{l}{S}$ визначимо довжину константанового дроту: $l = \frac{RS}{\rho} = 112{,}5\ м$.

86. $R = 8{,}47\ ом$. Розв'язування. Позначимо величину пускових опорів через R, а опір двигуна — через r. Тоді закон Ома запишеться так: $I = \frac{U}{R + 6r}$. Підставивши числові значення, дістанемо $300 = \frac{3000}{R + 1{,}53}$, звідки $R = 8{,}47\ ом$.

87. Потрібно чотири котушки. Розв'язування. Сполучивши дві котушки паралельно, дістанемо опір 5 $ом$. Приєднавши послідовно ще одну котушку, дістанемо опір 15 $ом$. Якщо до цього опору паралельно приєднати ще одну (четверту) котушку, то дістанемо $R = \frac{15 \cdot 10}{15 + 10}\ ом = 6\ ом$.

88. Розв'язування. Яскравість свічення ламп розжарення залежить від напруги, що подається на лампу. Зменшення напруги зумовлене паралельним вмиканням плитки з малим опором. Коли спіраль плитки нагрівається, її опір зростає і напруга на лампах збільшується, майже досягаючи попереднього значення.

89. $N_1 \approx 183{,}2\ вт$; потрібно вкоротити спіраль плитки приблизно на 0,67 початкової довжини. Розв'язування. Визначимо опір плитки: $R = \frac{U^2}{N} = 88\ ом$. Плитка, увімкнута в мережу з напругою $U_1 = 127\ в$, споживає потужність $N_1 = \frac{U_1^2}{R} \approx 183{,}2\ вт$.

Визначимо тепер, на яку величину x потрібно зменшити опір R, щоб плитка споживала потужність 550 $вт$. Формула потужності запишеться тоді так: $N = \frac{U_1^2}{R - x}$. Звідси $x = \frac{NR - U_1^2}{N} \approx 58{,}6\ ом$, що становить $\frac{58{,}6}{88} \approx 0{,}67$ початкового опору.

90. $I_1 = 12\ a$; $I_2 = 10\ a$; $I_3 = 6\ a$; $I = 28\ a$. Розв'язування. Оскільки опори амперметрів дуже малі, нехтуємо ними. Опори увімкнуті паралельно, тому напруга на них буде 120 $в$. Визначимо величину струму, що проходить через опори r_1, r_2 і r_3: $I_1 = \frac{U}{r_1} = 12a$; $I_2 = \frac{U}{r_2} = 10\ a$; $I_3 = \frac{U}{r_3} = 6\ a$.

Амперметр A в нерозгалуженій частині показує силу струму, що дорівнює сумі сил струмів у паралельно сполучених провідниках: $I = I_1 + I_2 + I_3 = 28\ a$.

91. Розв'язування. При послідовному вмиканні дужче розжарюватиметься нитка, яка має більший опір. Перша лампа має опір, у 4 рази більший, ніж друга: $N_1 = \frac{U^2}{R_1}$ і $N_2 = \frac{U^2}{R_2}$. Звідси $\frac{N_1}{N_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{4}$. Тому перша лампа розжарюватиметься дужче.

92. Нагрівний елемент потрібно намотати з дроту $l_2 = 4\ м$. Розв'язування. Оскільки чайник вмикається обидва рази в мережу з однаковою напругою U, то можна записати: $Q = \frac{U^2}{R_1} t_1$ і $Q_2 = \frac{U^2}{R_2} t_2$.

За умовою задачі $Q_1 = Q_2$, тобто $\frac{t_1}{R_1} = \frac{t_2}{R_2}$.

Опір нагрівного елемента пропорціональний його довжині, тому можна записати $\frac{t_1}{l_1} = \frac{t_2}{l_2}$. Звідки $l_2 = l_1 \frac{t_2}{t_1} = 4\ м$.

93. Р о з в'я з у в а н н я. Визначимо опір лампочок:

$$R_1 = \frac{U^2}{N_1} = \frac{127^2}{60} \approx 268{,}8\ (ом);\quad R_2 = \frac{U^2}{N_2} = \frac{127^2}{80} \approx 201{,}6\ (ом).$$

Тепер визначимо спад напруг U_1 і U_2 на лампочках, увімкнутих у мережу з напругою $U_0 = 220\,в$. Очевидно, що $U_1 + U_2 = U_0$ і $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$. Підставивши числові значення величин, дістанемо $U_1 + U_2 = 220\,в$ і $\frac{U_1}{U_2} = \frac{268{,}8}{201{,}6}$. Розв'язавши ці рівняння як систему, дістанемо $U_1 \approx 125{,}8\,в$ і $U_2 \approx 94{,}2\,в$. Отже, 60-ватна лампочка горітиме нормально, лампочка 80-ватна світитиме тьмяно, тому що нитка її розжарюватиметься слабо.

94. $\frac{R'}{R''} = \frac{4}{9}$. Р о з в'я з у в а н н я. Якщо кільце увімкнути між точками A і B, то кільця будуть сполучені паралельно. Загальний опір R' в цьому випадку знаходимо так: $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$, звідки $R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

Увімкнення кільця між точками C і D можна розглядати як послідовне сполучення двох провідників з опорами $\frac{1}{2}R_1$ і $\frac{1}{2}R_2$, тоді загальний опір $R'' = \frac{1}{2}R_1 + \frac{1}{2}R_2 = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$.

Відношення опорів буде $\frac{R'}{R''} = \frac{2R_1R_2}{(R_1 + R_2)^2}$.

Врахувавши, що за умовою задачі опір $R_2 = 2R_1$, дістанемо $\frac{R'}{R''} = \frac{4R_1^2}{9R_1^2} = \frac{4}{9}$.

95. Р о з в'я з у в а н н я. Коефіцієнт теплового розширення міді більший за коефіцієнт теплового розширення заліза, тому, нагріваючись, спаяна пластинка зігнеться, що спричинить розмикання електричного кола. Як тільки коло розімкнеться, пластинка перестане нагріватися, охолоне і випрямиться, повернеться в попереднє положення і знову замкне коло: знову почнеться нагрівання і т. д. Біметалева пластинка може бути, таким чином, переривником струму. Її іноді використовують для автоматичного вимикання дільниці кола при перевантаженні.

96. Найбільша кількість теплоти виділяється в лампочці $N_4 = 50\ вт$. Р о з в'я з у в а н н я. Скориставшися розв'язком задачі 91, можна твердити, що найменший опір має лампа N_3, найбільший — лампа N_2. Нехай опір лампи N_3 буде R, тоді опір ламп N_1 і N_4 буде $2R$, а лампи N_2 — $4R$.

Кількість теплоти, що виділяється на опорові, пропорціональна силі струму і напрузі. Якщо два опори сполучені послідовно, то через них проходить однаковий струм, а спад напруги більший на більшому опорові. Тому більше тепла виділяється на більшому опорі, тобто на N_2 більше, ніж на N_1, а на N_4 більше, ніж на N_3. Якщо

два кола сполучені паралельно, то напруга на них однакова, а більший струм проходить по вітці з меншим опором. Тому більше тепла виділяється на вітці з меншим опором, тобто на нижній. Звідси випливає, що найбільше тепла виділяється в лампі N_4.

97. $\frac{R_2}{R_1} = 14$. Р о з в'я з у в а н н я. При зануренні мідного стержня в ртуть стовпчик ртуті має довжину і переріз, рівні довжині і перерізу стержня. Позначивши через r_1 опір стержня, а через r_2 опір ртутного стовпчика, можна записати:

$$r_1 = \rho_1 \frac{l}{S} \text{ і } r_2 = \rho_2 \frac{l}{S}.$$

Розглядаючи стержень і ртутний стовпчик як паралельно сполучені провідники (рис. 14,*а*), визначимо їх опір $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{S}{\rho_1 l} + \frac{S}{\rho_2 l}$, звідки $R_1 = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}\,\frac{l}{S}$. Коли стержень дотикається до поверхні ртуті, сполучення провідників буде послідовним (рис. 14, *б*). Опір стержня залишається попереднім (r_1), а опір ртутного стовпчика змінюється внаслідок зменшення його висоти вдвічі і збільшення перерізу вдвічі. Отже,

$$r_3 = \rho_2 \frac{\frac{1}{2} l}{2S} = \rho_2 \frac{l}{4S}.$$

Загальний опір у цьому випадку $R_2 = r_1 + r_3 = \rho_1 \frac{l}{S} + \rho_2 \frac{l}{4S} = \frac{l}{S}\left(\rho_1 + \frac{1}{4}\rho_2\right)$.

$$\text{Відношення опорів } \frac{R_2}{R_1} = \frac{\left(\rho_1 + \frac{1}{4}\rho_2\right)\left(\rho_1 + \rho_2\right)}{\rho_1\rho_2} = 14.$$

98. $S \approx 112{,}6\ мм^2$. Р о з в'я з у в а н н я. Втрата напруги на лінії передачі буде $U_л = U_0\rho$. Цю втрату напруги на лінії через опір лінії можна виразити так: $U_л = IR = I\rho\frac{l}{S}$, отже $U_0\rho = I\rho\frac{l}{S}$, звідки $I = \frac{U_0\rho}{\rho\frac{l}{S}}$.

Напруга на споживачі $U_1 = U_0 - U_0\rho = U_0(1 - \rho)$. Ту саму напругу на споживачі через потужність N і струм можна виразити так: $U_1 = \frac{N}{I} = U_0(1 - \rho)$, звідки $I = \frac{N}{U_0(1 - \rho)}$.

Але $I = \frac{U_0\rho S}{\rho l}$, тоді $\frac{U_0\rho S}{\rho l} = \frac{N}{U_0(1-\rho)}$, звідки $S = \frac{N\rho l}{U_0^2\rho(1-\rho)} \approx 112{,}6\ мм^2$.

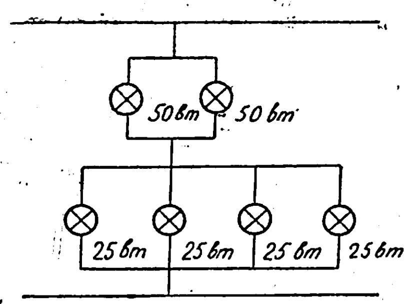


Рис. 97.

99. Коли охолоджується відповідна частина спіралі, її опір зменшується і при сталій напрузі збільшується величина струму, що проходить по спіралі. Внаслідок цього надводна частина спіралі розігрівається дужче.

100. $d \approx 0{,}21$ *см*. Розв'язування. Теплота (70%), що виділяється в запобіжнику, коли по ньому проходить струм, йде на нагрівання свинцевої дротини до точки плавлення і на її плавлення. Тому, згідно з законом збереження і перетворення енергії, можна записати: $0{,}24\eta IUt = cm\left(t_2^0 - t_1^0\right) + m\lambda$.

Масу дротини можна виразити так: $m = D\frac{\pi d^2}{4}l$, де D — густина свинцю.

Підставимо значення m: $0{,}24\eta IUt = cDl\frac{\pi d^2}{4}\left(t_2^0 - t_1^0\right) + Dl\frac{\pi d^2}{4}\lambda$.

Звідси $d = \sqrt{\frac{0{,}96\eta IUt}{cDl\pi\left(t_2^0 - t_1^0\right) + \pi Dl\lambda}} \approx 0{,}21$ *см*.

101. $l = 3{,}125$ *км*. Розв'язування. Визначимо спочатку опір лінії від пункту A до місця замикання: $R = \frac{U}{I} = 250$ *ом*. Позначивши відстань від пункту A до місця замикання через l, можемо записати таку пропорцію: $\frac{l}{10\ км} = \frac{250}{800}$, звідки $l = 3{,}125$ *км*.

102. Витрата електроенергії збільшиться. Якщо зменшити кількість ламп, зменшиться опір кола, що призведе до збільшення величини струму в колі, а отже, і до збільшення витрати електроенергії.

103. Схему вмикання лампочок наведено на рис. 97

104. Тихе звучання дзвінка пояснюється недостатньою силою струму, що проходить по обмотці дзвінка. Щоб збільшити силу струму, треба зменшити опір кола, тобто замінити лампочку потужнішою (чим більшу потужність споживає лампочка, тим менший її опір. Це видно з формули $N = \frac{U^2}{R}$).

105. Треба скласти пластинки у формі літери T (рис. 98). Якщо спостерігається притягання, то пластинка B — магніт.

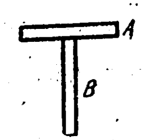


Рис. 98.

106 Розв'язування. Це пояснити неважко, якщо опір вольтметра не досить великий порівняно з опорами, ввімкнутими в коло.

Припустимо, що опір вольтметра дорівнює кожному з опорів кола і дорівнює R. Внутрішній опір джерела струму можна не брати до уваги.

Якщо вольтметр приєднано до затискачів A і B, то його показ (12 *в*) дорівнює е. р. с. джерела (внутрішнім опором нехтуємо). При цьому напруга на кожній з ділянок (AO чи OB) становить половину цієї величини, тобто 6 *в*, тому що опори ділянок, за умовою, однакові.

Приєднуючи вольтметр до точок A і O, ми зменшуємо загальний опір лівої ділянки кола, який фактично буде тепер паралельним сполученням двох однакових опорів R (один з яких опір вольтметра). Отже, симетрія кола порушиться: ліва ділянка матиме опір, вдвічі менший, ніж права. Тоді і напруга джерела 12 *в* розподілятиметься між ділянками у відношенні 1 : 2, тобто для лівої 4 *в*, а для правої 8 *в*. Коли вольтметр перенесемо на ділянку OB, відношення напруг стане зворотним.

Таким чином, у будь-якому випадку напруга між точками A і B точно збігається із сумою напруг на ділянках AO і OB, але після кожного перемикання вольтметра розподіл напруг змінюється, тому додавати результати окремих вимірювань не можна.

107. В ідеальних умовах жодне місце кільця не притягуватиме залізних ошурків.

108. За допомогою котушок можна намагнітити стальний стержень так, що на обох кінцях його будуть однакові полюси (рис. 99).

109. $v_2 = 2$ *м/сек*.

110. Друге (додаткове) зображення предмета з'являється тому, що частина світлових променів відбивається від передньої поверхні скла дзеркала.

111. Розв'язування. Світло, потрапляючи в кімнату, зазнає багаторазового відбивання і поглинання, і тільки незначна частина світлової енергії виходить назовні через вікно. Тому незалежно від кольору стін кімната здаватиметься темною.

Якщо на стіні, що проти вікна, висить дзеркало (або картина під склом), то, оскільки дзеркало значно краще відбиває світло, ніж шорстка поверхня стін, на фоні темних стін спостерігатиметься світла пляма. В цій світлій плямі можуть спостерігатися зображення предметів, що знаходяться на вулиці перед вікном.

112. Розв'язування. Розглянемо точку A на краю Сонця S і побудуємо хід променів, що падають з точки A і відбиваються від маленького дзеркала, яке лежить на столі. Оскільки Сонце знаходиться дуже далеко, то ми можемо розглядати вузький пучок променів з точки A як паралельний. Тоді всі промені падатимуть на дзеркало під однаковими кутами, а тому і відіб'ються від нього під тими самими кутами; таким чином, точка A Сонця дасть на вертикальному екрані світлу пляму, що має взагалі форму чотирикутника. Вигляд цього чотирикутника залежить від того, під яким кутом падає на дзеркало пучок променів з точки A. Якщо цей кут дорівнює 45°, то обидві проекції сторін квадрата дзеркала на екран E будуть однаковими. Проте Сонце має певні розміри. Тому пучки променів, що йдуть від різних точок Сонця, даватимуть світлі чотирикутні плями, зміщені одна відносно одної на екрані. Сукупність цих плям утворюватиме пляму еліптичної форми. Це буде

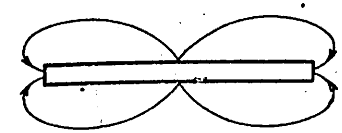


Рис. 99.

справедливо, якщо екран розміщений досить далеко від дзеркала. Якщо екран буде близько біля дзеркала, то внаслідок того, що конічний пучок, який іде від Сонця, вузький, плями накладатимуться одна на одну і загальна пляма буде або прямокутною, або квадратною з трохи розмитими краями.

113. Це пояснюється тим, що промені світла, які йдуть від монети, заломлюються на межі вода — повітря.

114. Така лінза, опущена у воду, розсіюватиме промені. Якщо склеїти «повітряну» двовгнуту лінзу і опустити у воду, то вона буде збирною.

115. Фокусна відстань ока зберігається однаковою і в повітрі, і під водою, коли промені, що йдуть від віддалених предметів (тобто паралельні промені), не заломлюються на передній поверхні рогівки. Отже, ця поверхня повинна бути плоскою.

116. Розв'язування. Збільшення лупи $k = \frac{25}{F}$ *см*. Отже, збирна лінза даватиме збільшення в тому випадку, коли $F < 25$ *см*.

117. Бліки є зображенням Сонця, а проміжки між листками відіграють роль малих отворів.

118. Голубий колір неба пояснюється тим, що атмосфера Землі розсіює голубі промені сонячного світла значно інтенсивніше, ніж червоні.

Синє скло поглинає світло всіх кольорів, крім синього, яке поглинає слабо і тому здається синім.

Синій папір відбиває найкраще світло синього кольору, тому і здається синім. Якщо ж папір промаслити, то він стане прозорим, тому що дуже мало поглинатиме світла синього кольору.

МЕХАНІКА

119. Побудувавши графіки руху велосипедистів, знаходимо координати точки їх перетину: $t = 3{,}5$ *год*; $s = 70$ *км*. Отже, велосипедисти зустрінуться через 3,5 *год* після виїзду другого велосипедиста.

120. $v_1 = v_2$; $v_3 \approx 0{,}7v_1$. Розв'язування. Нехай *1*, *2* і *3* — відповідно напрями руху кожного велосипедиста, а відрізки *AO*, *OB* і *OC* відповідають шляхам, які пройдені за одиницю часу (рис. 100). За умовою $AB \perp OC$, звідки $OA = OB$ і $OC = \frac{OA}{\sqrt{2}}$. Отже, щоб *AB* за весь час руху залишалась перпендикулярною до бісектриси, повинна виконуватися рівність $v_1 = v_2$ і $v_3 \approx 0{,}7v_1$.

121. Розв'язування. Позначивши швидкість човна через x, можна записати $\frac{a}{x + v} + \frac{a}{x - v} < t$, звідки $tx^2 - 2ax - v^2t > 0$. Розв'язавши цю нерівність, дістанемо $x > \frac{a + \sqrt{a^2 + v^2t^2}}{t}$.

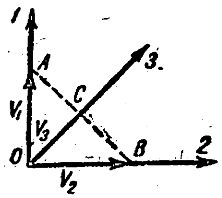


Рис. 100.

122. $t = \frac{2sv_2}{v_2^2 - v_1^2}$; нічого не зміниться.

123. 1) Курс — перпендикулярно до берегів.

Човен рухається з швидкістю v_0. Швидкість v_0 є векторною сумою швидкостей u і v, де v — швидкість течії води в річці і u — швидкість човна відносно води. Швидкість u перпендикулярна до берега, а швидкість v паралельна до берега. З рис. 101, *а* і умови задачі випливає, що

$$v = \frac{BC}{t_1} = 12 \text{ м/хв і } u = \frac{l}{t_1}. \qquad (1)$$

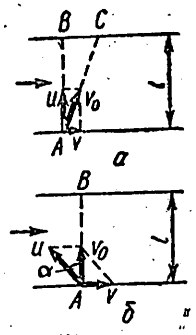


Рис. 101.

2) Курс під кутом до берегів.

Швидкість човна v_0, як і в першому випадку, є векторною сумою швидкостей u і v. З рис. 101, *б* видно, що $\frac{v}{u} = \sin\alpha$. Підставивши значення швидкості u з рівняння (1), дістанемо

$$\frac{vt_1}{l} = \sin\alpha, \text{ або } l = \frac{vt_1}{\sin\alpha}. \qquad (2)$$

З умови і рисунка видно, що $v_0 = \frac{l}{t_2}$ і $\frac{v}{v_0} = \operatorname{tg}\alpha$, тобто $v_0 = \frac{v}{\operatorname{tg}\alpha}$.

Оскільки ліві частини останніх виразів рівні, то рівні і праві частини, тобто

$$\frac{l}{t_2} = \frac{v}{\operatorname{tg}\alpha}, \text{ або } l = \frac{vt_2}{\operatorname{tg}\alpha}. \qquad (3)$$

З системи рівнянь (2) і (3): $\frac{vt_1}{\sin\alpha} = \frac{vt_2}{\operatorname{tg}\alpha}$. Звідси $t_1 = t_2\cos\alpha$, $\cos\alpha = \frac{t_1}{t_2} = 0{,}8$. Тоді $\alpha = 36°50$, а $\sin 36°50' = 0{,}6$.

Визначимо ширину річки l і швидкість човна відносно води u

$$l = \frac{vt_1}{\sin\alpha} = 200 \text{ м}; \quad u = \frac{l}{t_1} = 20 \text{ м/хв}.$$

124. Розв'язування. Рух катера складається з руху його відносно води і руху його разом з водою відносно берегів. Щоб перепливти річку по найкоротшому шляху, катер повинен плинти так, щоб складова його швидкості, паралельна до берегів, дорівнювала v (рис. 102, *а*). Тоді складова швидкості катера, перпендикулярна до берегів, дорівнюватиме $\sqrt{u^2 - v^2}$, а час руху $t_1 = \frac{a}{\sqrt{u^2 - v^2}}$.

У другому випадку (рис. 102, *б*) катер упоперек річки рухається з швидкістю u і час руху $t_2 = \frac{a}{u}$.

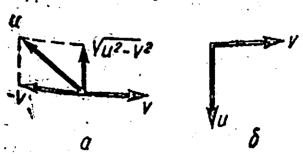


Рис. 102.

Тоді $t = t_1 + t_2 = \frac{a}{u}\left(1 + \frac{u}{\sqrt{u^2 - v^2}}\right)$.

125. $v_2 = \frac{v_{ср}v_1}{2v_1 - v_{ср}} = 8$ *км/год*.

126. Р о з в'я з у в а н н я. Тягарі, рухаючись по жолобах з прискоренням $g \sin\alpha$, повинні пройти до зустрічі з колом шлях $l = 2R\sin\alpha$, де α — кут жолоба з горизонтом, а R — радіус кола. Тому вони досягають кола через час $t = \sqrt{\frac{4R}{g}}$, який не залежить від кута нахилу жолоба.

127. $v = g\sqrt{2}$ *м/сек* $\approx 13{,}8$ *м/сек*. Р о з в'я з у в а н н я. Нехай загальна висота підйому дорівнює h. Тоді другу половину шляху підйому і першу половину шляху падіння тіло проходить за однаковий час $t = 1$ *сек*.

Звідси $\frac{h}{2} = \frac{gt^2}{2} = \frac{g}{2}$, $h = g$ і швидкість $v = \sqrt{2gh} = g\sqrt{2}$ *м/сек* $\approx 13{,}8$ *м/сек*.

128. $v_1 = 0{,}75\sqrt{2gh}$; $v_2 = -0{,}75\sqrt{2gh}$. Р о з в'я з у в а н н я. Запишемо рівняння вільного падіння для першого тіла: $h = \frac{gt_1^2}{2}$ і падіння другого тіла: $h = vt_2 + \frac{gt_2^2}{2}$, де $t_1 = kt_2$. Оскільки висота падіння одна і та сама, то, прирівнявши праві частини рівнянь, дістанемо $v = \frac{gt_1}{2}\left(k - \frac{1}{k}\right)$. Але $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Підставивши це значення t_1, дістанемо $v = \frac{1}{2}\left(k - \frac{1}{k}\right)\sqrt{2gh}$. Підставивши значення k для окремих випадків, дістанемо $v_1 = 0{,}75\sqrt{2gh}$ і $v_2 = -0{,}75\sqrt{2gh}$.

129. $s_1 = 0{,}5$ *м*; $s_2 = 1{,}5$ *м*; $s_3 = 2{,}5$ *м*; $s_4 = 3{,}5$ *м*. Р о з в'я з у в а н н я. Шляхи, що їх проходять краплі, можна знайти за таким способом: $s_1 = h_1 - h_2$; $s_2 = h_2 - h_3$; $s_3 = h_3 - h_4$; $s_4 = h_4 - h_5$, де $h_5 = 0$. Для розрахунку вважатимемо, що $t_1 = 1$; $t_2 = 2$ і т. д. Тоді: $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 8$ *м*, або $(1 + 3 + 5 + 7)\ s_1 = 8$ *м*, звідки $s_1 = 0{,}5$ *м*; $s_2 = 1{,}5$ *м*; $s_3 = 2{,}5$ *м*; $s_4 = 3{,}5$ *м*.

130. $v_1 = 2v_2$. Р о з в'я з у в а н н я. Згідно з формулою $v = \sqrt{2gh}$, початкова швидкість пропорціональна корню квадратному з висоти піднімання. Отже, якщо $h_1 = 4h_2$, то $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2g \cdot 4h_2}}{\sqrt{2g \cdot h_2}}$, звідки $v_1 = 2v_2$.

131. 1) $t \approx 8{,}26$ *сек*; 2) $t \approx 7{,}25$ *сек*; 3) $t \approx 7{,}74$ *сек*. Р о з в'я з у в а н н я. 1) Після того як канат, що утримував мішок з піском, перерізали, мішок продовжував рівномірно-сповільнено підніматися до найвищої точки, де $v_t = 0$, тому що він набув швидкості, рухаючись разом з аеростатом до відокремлення. Визначимо час, протягом якого мішок підіймався. Оскільки кінцева швидкість рівномірно-сповільненого руху мішка $v_t = 0$, то $0 = v_0 - gt_1$, звідки

$t_1 = \frac{v_0}{g} = 0{,}5$ *сек*. Визначимо шлях, пройдений мішком, коли він підіймався вгору: $s_1 = v_0t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \approx 1{,}25$ *м*.

Пройшовши цей шлях угору, мішок вільно падатиме з висоти $s = 301{,}25$ *м*. Визначимо, за який час мішок упаде на землю: $t_2 = \sqrt{\frac{2s}{g}} \approx 7{,}76$ *сек*, тобто мішок упаде на землю після відокремлення його від корзини через $t = t_1 + t_2 \approx 8{,}26$ *сек*.

2) За умовою задачі початкова швидкість мішка $v_0 = 5$ *м/сек*. Визначимо час падіння мішка за формулою $s = v_0t + \frac{gt^2}{2}$. Підставивши числові значення, матимемо: $5t^2 + 5t - 300 = 0$. Розв'язавши це рівняння, дістанемо $t \approx 7{,}25$ *сек*.

3) У момент відокремлення мішка від корзини швидкість мішка дорівнювала нулю. Тоді $s = \frac{gt^2}{2}$, звідки $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \approx 7{,}74$ *сек*.

132. $s \approx 20$ *м*; $t_2 \approx 4$ *сек*. Р о з в'я з у в а н н я. Після надання каменю швидкості v, напрямленої вгору, він рухається рівномірно-сповільнено і проходить шлях $s_1 = vt - \frac{gt^2}{2}$. Оскільки у верхній точці підйому швидкість каменя дорівнює нулю ($v_t = 0$), то час його польоту до максимального підйому можна визначити з формули $v_t = v - gt$, звідки $t = \frac{v}{g}$. Шлях, пройдений каменем до найвищої точки підйому, $s_1 = \frac{v^2}{g} - \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}$. Під час руху каменя вгору куля опускалася рівномірно вниз і пройшла відстань $s_2 = v_0t = v_0\frac{v}{g}$. Коли камінь досягає найвищої точки підйому, відстань між каменем і кулею буде: $s_1 + s_2 = \frac{v^2}{2g} + v_0\frac{v}{g} = \frac{v}{g}\left(\frac{1}{2}v + v_0\right) \approx 20$ *м*. Падаючи, камінь повинен пролетіти більший шлях, бо за час його падіння куля опуститься ще на якусь відстань. Позначимо час падіння каменя з найвищої точки до моменту, коли він пролетить повз кулю, через t_1, тоді $s_1 + s_2 + v_0t_1 = \frac{gt_1^2}{2}$. Розв'язавши це рівняння, знайдемо час падіння каменя: $t_1 = \frac{2v_0 + v}{g}$. Отже, камінь пролетить повз кулю через $t_2 = t + t_1$ *сек* після того, як його кинули вгору: $t_2 = t + t_1 = \frac{v}{g} + \frac{2v_0 + v}{g} = \frac{2}{g}(v_0 + v) \approx 4$ *сек*.

133. $a = \frac{\pi D}{h}g$. Р о з в'я з у в а н н я. За n обертів кулька пройде у вільному падінні шлях $nh = \frac{gt^2}{2}$. Нитка за цей час повинна бути витягнута на відстань $\pi D n = \frac{at^2}{2}$. З цих рівнянь $a = \frac{\pi D}{h} g$.

134. $H \approx 2187$ *м*. Розв'язування. Найменша висота безпечного польоту дорівнює найбільшій висоті підіймання снаряда. Отже, треба визначити найбільшу висоту підіймання снарядів. Рух снаряда можна розглядати як результат додавання двох прямолінійних рухів у вертикальному і горизонтальному напрямах. Нас цікавить лише рух по вертикалі, який буде рівномірно-сповільненим. Рівняння цього руху буде: $H = v_в t - \frac{gt^2}{2}$; швидкість визначимо так: $v_t = v_в - gt$. У найвищій точці підйому $v_t = 0$; тоді $v_в = gt$ і $t = \frac{v_в}{g}$. Підставимо це значення в рівняння руху: $H = \frac{v_в^2}{g} - \frac{g}{2}\frac{v_в^2}{g^2} = \frac{v_в^2}{2g}$.

Але $v_в = v_0 \sin\alpha$. Тоді $H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \approx 2187$ *м*, тобто найменша висота безпечного польоту літаків над полігоном дорівнює 2187 *м*.

135. $v \approx 19{,}9$ *м/сек*; $t \approx 2{,}98$ *сек*; $H \approx 22{,}3$ *м*. Розв'язування. Якщо систему координат обрати так, щоб місце кидання було початком координат (0, 0), то рівняння руху в горизонтальному і вертикальному напрямах запишемо так: $x = v\cos\alpha\, t$ і $y = v\sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$. У цій задачі виберемо систему координат так, щоб місце кидання мало координати (0, h). Тоді рівняння матимуть вигляд: $x = vt\cos\alpha = s$ і $y = h + vt\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2$. Визначивши з першого рівняння $t = \frac{s}{v\cos\alpha}$ і підставивши його значення в друге рівняння, дістанемо

$$y = h + s\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{gs^2}{2v^2\cos^2\alpha}.$$

Для $y = 0$: $v = \frac{s}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(h + s\,\mathrm{tg}\,\alpha)}} \approx 19{,}9$ *м/сек*; $t = \frac{s}{v\cos\alpha} = \sqrt{\frac{2(h + s\,\mathrm{tg}\,\alpha)}{g}} \approx 2{,}98$ *сек*.

Найбільша висота піднімання тіла $H = h + \frac{v^2}{2g} \approx 22{,}3$ *м*.

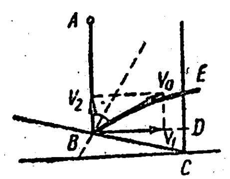


Рис. 103.

136. $H \approx 30{,}8$ *см*. Розв'язування. Нехай кулька падає з висоти $H = AB$ і набуває в точці B швидкості v_0 (рис. 103). З такою самою швидкістю кулька відбивається. Розкладемо швидкість v_0 на горизонтальну v_1 і вертикальну v_2 складові: $v_1 = v_0 \sin 2\alpha$ і $v_2 = v_0\cos 2\alpha$. З рисунка видно, що $CE = DC + DE$, де $DC = BD\,\mathrm{tg}\,\alpha \approx 5{,}4$ *см*, тоді $DE = CE - DC \approx 21{,}6$ *см*.

Час руху кульки від точки B до E буде

$$t = \frac{BD}{v_1} = \frac{BD}{v_0\sin 2\alpha}. \quad (1)$$

За цей час кулька у вертикальному напрямі підніметься на висоту DE, тобто

$$DE = v_2 t - \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Підставивши у формулу (2) значення t, дістанемо:

$$DE = v_0\cos 2\alpha\frac{BD}{v_0\sin 2\alpha} - g\frac{(BD)^2}{2v_0^2\sin^2 2\alpha}.$$

Звідси

$$v_0^2 = \frac{g}{2\sin^2 2\alpha}\cdot\frac{(BD)^2}{BD\,\mathrm{ctg}\,2\alpha - DE}.$$

Але

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{BD^2}{4\sin^2 2\alpha\,(BD\,\mathrm{ctg}\,2\alpha - DE)}.$$

Підставивши числові значення величин, дістанемо $H \approx 30{,}8$ *см*.

137. $s = \left(n^2 + \frac{1}{4}\right)l$. Розв'язування. До моменту першого натягу нитки швидкість нижньої кульки буде $v_0 = \sqrt{2gl}$. У момент натягу нитки кульки обмінюються швидкостями, так само як і в момент співударів.

До моменту першого натягу нитки центр мас системи двох кульок опуститься на відстань $\frac{1}{2}l$ і матиме швидкість $\frac{1}{2}v_0$. Починаючи з цього моменту, центр мас рухатиметься вниз з прискоренням g.

Шлях, пройдений центром мас системи, можна визначити за формулою: $s = \frac{1}{2}l + \frac{v_0}{2}t + \frac{gt^2}{2}$, де t — час, відлічуваний від моменту першого натягу нитки.

З цього моменту до першого співудару кульок пройде час $\frac{l}{v_0}$.

Проміжки часу між наступними співударами дорівнюють $2\frac{l}{v_0}$. Таким чином, до n-го співудару від моменту першого натягу нитки пройде час $t = \frac{l}{v_0} + \frac{2l}{v_0}(n-1) = \frac{l}{v_0}(2n-1)$. Підставивши цей вираз у формулу шляху, дістанемо: $s = l\left(n^2 + \frac{1}{4}\right)$.

138. Розв'язування. На початку руху реактивного снаряда його швидкість відносно літака протягом певного проміжку часу менша від швидкості літака. Тому відносно повітря снаряд рухається в тому напрямі, що й літак, тобто стабілізаторами вперед. Стабілізатори розвертають снаряд у напрямі руху літака так, щоб його опір набігаючому потокові повітря був найменший; потім за рахунок реактивної тяги швидкість снаряда зростає, і він наздоганяє літак.

139. $l = u\sqrt{\frac{2h}{g}}\cdot\frac{1+\alpha}{1-\alpha}$. Розв'язування. Вертикальну складову швидкості кульки в момент першого удару в плиту і час падіння визначимо з формул $v_0 = \sqrt{2gh}$ і $t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Рівняння руху кульки після n-го удару в плиту запишемо так:

$H = v_n t - \frac{gt^2}{2}$, де $v_n = \alpha^n v_0 = \alpha^n\sqrt{2gh}$ — вертикальна складова швидкості кульки після n-го удару.

Підставляючи в це рівняння значення $H = 0$, знаходимо час польоту кульки між n-м і $(n+1)$-м ударом у плиту:

$$t_n = \frac{2v_n}{g} = 2\alpha^n\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Другий корінь рівняння $t = 0$ визначає момент n-го удару. Повний час руху кульки по горизонталі знаходимо так:

$$t = t_0 + t_1 + t_2 + \ldots + t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} + 2\sqrt{\frac{2h}{g}}(\alpha + \alpha^2 + \ldots + \alpha^n + \ldots).$$

Оскільки $\alpha < 1$, вираз у дужках являє собою суму членів нескінченної спадної геометричної прогресії. Тому

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}\left(1 + \frac{2\alpha}{1-\alpha}\right) = \sqrt{\frac{2h}{g}}\cdot\frac{1+\alpha}{1-\alpha}.$$

Отже, відстань l точки, в якій припиняються стрибки кульки від місця кидання, можна визначити за формулою

$$l = ut = u\sqrt{\frac{2h}{g}}\cdot\frac{1+\alpha}{1-\alpha}.$$

140. Розв'язування. За крилами літака, який летить на великій швидкості, утворюється струмина розрідженого повітря. Рулі хвостового оперення погано діють у цій струмині. Тому хвостове оперення встановлюють вище площини крил.

141. $v_{\text{відн}} = \sqrt{2}v_0 + \frac{v_0^2}{2gt_0} - gt_0$. Розв'язування. Падіння

першої частини снаряда поблизу точки, з якої стріляли, пояснюється тим, що в момент вибуху ця частина снаряда дістала швидкість, напрямлену вертикально вниз, а тому і друга частина дістала таку саму кількість руху вгору. Тому що максимальна висота тіла, кинутого вертикально вгору з швидкістю v_0, дорівнює $\frac{v_0^2}{2g}$, то снаряд розірвався на висоті $\frac{v_0^2}{4g}$.

Визначимо, яку швидкість мав снаряд у момент вибуху. Легко переконатися, що ця швидкість дорівнює тій, з якою треба кинути тіло вертикально вгору, щоб воно піднялося на висоту $\frac{v_0^2}{4g}$. Позначивши цю швидкість через v_x, запишемо $v_x^2 = 2g\frac{v_0^2}{4g}$, звідки $v_x = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$.

Тепер рівняння руху першої частини снаряда запишемо так:

$$\frac{v_0^2}{4g} = \left(v_y - \frac{\sqrt{2}}{2}v_0\right)t_0 + \frac{gt_0^2}{2},$$

звідки

$$v_y = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0 + \frac{v_0^2}{4gt_0} - \frac{gt_0}{2},$$

де v_y — швидкість, яку дістали обидві частини снаряда в момент вибуху.

Неважко зрозуміти, що відносна швидкість осколків повинна бути вдвічі більша за v_y, тобто $v_{\text{відн}} = 2v_y = \sqrt{2}\,v_0 + \frac{v_0^2}{2gt_0} - gt_0$.

142. $a \geqslant g$. Розв'язування. Коли візок рухається з прискоренням a, куб по інерції намагається залишитися в спокої відносно візка. Зручно вважати, що при цьому на центр ваги куба діє сила інерції $F = ma$. Куб почне обертатися навколо осі O (рис. 104) і, отже, перекидатися, якщо момент сили інерції F буде більший або дорівнюватиме моменту ваги, тобто $ma\frac{b}{2} \geqslant mg\frac{b}{2}$. Звідси $a \geqslant g$.

143. $a_{max} = \frac{g\sqrt{H\cdot(2R-H)}}{R-H}$. Розв'язування. Аналогічно до попередньої задачі, умовою того, що циліндр ще не перекочується через виступ, є рівність моментів сил інерції $F = ma$ і ваги циліндра mg. Плечем сили інерції є $(R-H)$, а плечем ваги — $\sqrt{R^2-(R-H)^2} = \sqrt{H(2R-H)}$. Тоді $ma(R-H) = mg\sqrt{H(2R-H)}$, звідки

$$a_{max} = \frac{g\sqrt{H(2R-H)}}{R-H}.$$

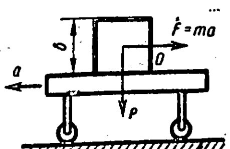


Рис. 104.

144. Р о з в'я з у в а н н я. Під час руху бруска, коли кулька ще не викочується з виїмки, з боку крайньої лівої точки виїмки на кульку діє сила, складові якої такі: сила N, що дорівнює за величиною вазі кульки mg, і сила ma, де a — прискорення руху системи. Якщо рівнодійна цих сил пройде вище центра ваги кульки, то кулька залишатиметься у виїмці, якщо рівнодійна пройде нижче центра ваги кульки, то кулька почне викочуватися з виїмки. Отже, умовою початку викочування кульки з виїмки є $\operatorname{tg}\alpha < \frac{R-h}{\sqrt{R^2-(R-h)^2}}$.

Але $\operatorname{tg}\alpha = \frac{mg}{ma}$, тоді $a(R-h) > g\sqrt{R^2-(R-h)^2}$. Звідси $a > g \times$ $\times \frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$.

Прискорення системи (коли кулька ще лежить у виїмці) визначимо за другим законом Ньютона: $m_1 g = (M+m+m_1)a$, де m_1 — шукана маса тягара. Звідси $a = \frac{m_1}{M+m+m_1}g$. Підставивши це значення a у записану вище нерівність, дістанемо $\frac{m_1}{M+m+m_1} >$ $> \frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$, звідки $m_1 > \frac{(m+M)\sqrt{h(2R-h)}}{R-h-\sqrt{h(2R-h)}}$.

З'ясуємо, за якого відношення $\frac{m_1}{m+M}$ задача має розв'язок. Очевидно, що за як завгодно великого m_1 порівняно з $M+m$ має місце нерівність $\operatorname{tg}\alpha > 1$. Справді $\operatorname{tg}\alpha = \frac{g}{a} = 1 + \frac{M+m}{m_1}$, а тому $\frac{R-h}{\sqrt{h(2R-h)}} > 1$. Звідси після перетворень дістанемо, що умова і розв'язок задачі правомірні лише, коли $h < \frac{1}{2}R(2-\sqrt{2})$. Якщо ця умова не виконується, то за як завгодно великого відношення $\frac{m_1}{m+M}$ кулька не викотиться з виїмки.

145. $a \approx 6$ м/сек²; $F \approx 15{,}68$ н. Р о з в'я з у в а н н я. Запишемо другий закон динаміки для обох тягарів: $P_2 - F = \frac{P_2}{g}a$ і $F - P_1 = \frac{P_1}{g}a$. Звідси $a = \frac{P_2-P_1}{P_2+P_1}g = 0{,}6g \approx 6$ м/сек². Динамометр показує $F = P_1\left(1+\frac{a}{g}\right) \approx 15{,}68$ н.

146. $k \approx 0{,}87$. Р о з в'я з у в а н н я. Система важків P_0, P_1 і P_2 рухається з прискоренням a (рис. 105). Запишемо рівняння руху кожного важка:

$$P_1 - F_н = \frac{P_1}{g}a;$$

$$F_н - F_т - F = \frac{P_0}{g}a;$$

$$F - P_2 = \frac{P_2}{g}a.$$

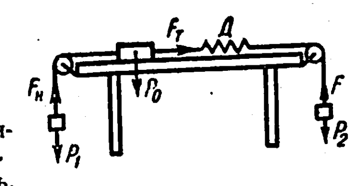


Рис. 105.

Через F ми позначили показ динамометра, $F_т = kP_0$ — сила тертя. Розв'язуючи цю систему рівнянь, дістанемо

$$P_1 - P_2 - \frac{P_1+P_0+P_2}{g}\cdot\frac{F-P_2}{P_2}g = kP_0.$$ Звідси

$$k = \frac{P_1-P_2-(P_1+P_0+P_2)\frac{F-P_2}{P_2}}{P_0} \approx 0{,}87.$$

147. $h_1 = 10{,}2$ см; $h_2 = 8{,}5$ см. Р о з в'я з у в а н н я. Згідно з другим законом механіки, можна записати $a = \frac{F}{m}$, де F — рушійна сила, що дорівнює вазі вантажу Q, а m — маса системи, яка дорівнює масі обох вантажів $m = \frac{P+Q}{g}$. Отже, $a = \frac{Q}{P+Q}g$.

За чверть секунди вантаж Q опуститься на відстань $h_1 = \frac{at^2}{2} =$ $= \frac{Q}{P+Q}\frac{gt^2}{2} \approx 0{,}102$ м $= 10{,}2$ см.

Якщо враховувати силу тертя вантажу P по площині, то рушійна сила зменшиться і дорівнюватиме $Q - kP$. Тоді прискорення буде $a = \frac{Q-kP}{P+Q}g$, а вантаж Q опуститься на відстань

$$h_2 = \frac{Q-kP}{P+Q}\frac{gt^2}{2} \approx 0{,}085 \text{ м} = 8{,}5 \text{ см}.$$

148. $P_2 \approx 13{,}2$ н. Рівновага не зберігатиметься. Р о з в'я з у в а н н я. Запишемо рівняння руху для важків P_1 і P_2:

$$F - P_1 = \frac{P_1}{g}a \text{ і } P_2 - F = \frac{P_2}{g}a,$$

де $F = \frac{1}{2}\cdot 19{,}6$ н — натяг нитки, який визначається з умови рівноваги терезів. Розв'язавши систему рівнянь відносно P_2, дістанемо:

$$P_2 = \frac{FP_1}{2P_1 - F} \approx 13{,}2 \text{ н}.$$

149. $\operatorname{tg}\alpha > k$. Р о з в'я з у в а н н я. Клин ковзає вздовж похилої площини з прискоренням $g\sin\alpha$ (рис. 106). Розкладемо це приско-

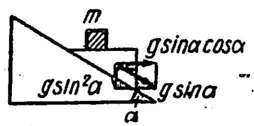


Рис. 106.

рення на горизонтальну складову $g\sin\alpha\cos\alpha$ і вертикальну $g\sin^2\alpha$. Сила, що притискує тягар масою m до клина, дорівнює $mg - mg\sin^2\alpha = mg\cos^2\alpha$, тому максимальна сила тертя $F = kmg\cos^2\alpha$. Ця сила може надати тілу масою m прискорення $kg\cos^2\alpha$. Якщо $kg\cos^2\alpha < g\sin\alpha\cos\alpha$, то тягар почне повзати по клину. Отже, $\operatorname{tg}\alpha > k$.

150. $\rho_р \approx 992$ *кг/м³*. Розв'язування. Запишемо рівняння руху важків P_1 і P_2: $P_1 - F_н - F_{вишт} = \frac{P_1}{g}a$ і $F_н - P_2 = \frac{P_2}{g}a$, де $F_{вишт} = \frac{P_1}{\rho_т}\rho_р$.

Розв'язавши цю систему рівнянь, дістанемо $\frac{P_1}{\rho_т}\rho_р = P_1 - P_2 - (P_1 + P_2)\frac{a}{g}$, звідки $\rho_р = \dfrac{P_1 - P_2 - (P_1 + P_2)\frac{a}{g}}{P_1}\rho_т \approx 992$ *кг/м³*.

151. $v = v_0\dfrac{\rho_р}{\rho - \rho_р}$. Розв'язування. Коли кулька падає в рідині з постійною швидкістю, її вага зрівноважується виштовхувальною силою і силою опору, тобто $\rho Vg = \rho_р Vg + kv_0$, де V — об'єм кульки, ρ і $\rho_р$ — густини кульки і рідини відповідно, v_0 — швидкість руху кульки.

Розглядаючи рух системи з двох зв'язаних ниткою кульок, треба враховувати силу натягу нитки. Коли система рухатиметься із сталою швидкістю, сила натягу дорівнюватиме вазі одної з кульок. Тоді умову рівноваги сил, що діють на кульку, яка рівномірно рухається в рідині, запишемо так: $\rho Vg = (\rho - \rho_р)Vg + kv$, де v — швидкість руху, яка встановлюється в другому випадку. Визначивши з першого рівняння коефіцієнт k і підставивши його значення в друге, дістанемо $v = v_0\dfrac{\rho_р}{\rho - \rho_р}$.

152. $a_1 = \frac{1}{11}g$; $a_2 = -\frac{3}{11}g$ і $a_3 = -\frac{1}{11}g$. Розв'язування. Запишемо рівняння руху важка P_1 (рис. 107): $F - P_1 = \frac{P_1}{g}a_1$. Аналогічно для інших важків: $F - P_2 = \frac{P_2}{g}a_2$ і $P_3 - 2F = \frac{P_3}{g}a_3$.

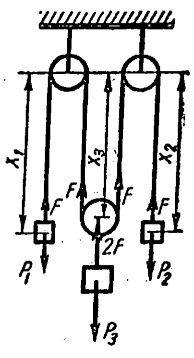


Рис. 107.

Очевидно, що коли переміщаються важки, залишається справедливою рівність $2x_3 = x_1 + x_2$, де x_1, x_2 і x_3 — відповідно відстані, що їх проходять важки за один і той самий час t. З останньої рівності випливає, що $2a_3 = a_1 + a_2$, бо $\frac{2a_3t^2}{2} = \frac{a_1t^2}{2} + \frac{a_2t^2}{2}$.

Розв'язуючи систему записаних рівнянь, знайдемо a_1, a_2 і a_3.

$$F - P_1 = \frac{P_1}{g}a_1; \qquad (1)$$

$$F - P_2 = \frac{P_2}{g}a_2; \qquad (2)$$

$$P_3 - 2F = \frac{P_3}{g}a_3; \qquad (3)$$

$$2a_3 = a_1 + a_2. \qquad (4)$$

З (1), (2) і (3) $a_1 = \frac{F - P_1}{P_1}g$; $a_2 = \frac{F - P_2}{P_2}g$; $a_3 = \frac{P_3 - 2F}{P_3}g$.

Підставимо ці значення a_1, a_2 і a_3 в (4):

$$2\frac{P_3 - 2F}{P_3}g = \frac{F - P_1}{P_1}g + \frac{F - P_2}{P_2}g,$$

звідки

$$F = \frac{4}{\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{4}{P_3}} \approx 21{,}4\ (н).$$

Підставляючи знайдене значення сили натягу в (1), (2), (3), дістанемо: $a_1 = \frac{1}{11}g$; $a_2 = -\frac{3}{11}g$; $a_3 = -\frac{1}{11}g$.

153. $F_A = F_C \approx 8{,}1$ *н*; $F_B \approx 17{,}8$ *н*. Розв'язування. Рівняння руху для важків P_1 і P_2 запишемо так: $P_2 - F_н = \frac{P_2}{g}a$ і $F_н - P_1 = \frac{P_1}{g}a$, де $F_н$ — сила натягу нитки.

З цих двох рівнянь визначимо $F_н = \frac{P_1}{g}\cdot\frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1}g + P_1 = \frac{2P_1P_2}{P_1 + P_2}$. Підставивши числові значення величин, матимемо: $F_н \approx 13$ *н*.

Зусилля, що діють на блок A і C, однакові: $F_A = F_C = \sqrt{F_н^2 - P_1^2} \approx 8{,}1$ *н*.

Зусилля, що діє на блок B, буде: $F_B = F_н\sqrt{2} \approx 17{,}8$ *н*.

154. $a \approx 0{,}81$ *м/сек²*; $F_1 = F_2 \approx 80$ *н*, $F_3 \approx 620$ *н*. Розв'язування. Для визначення натягу ниток розглядаємо окремо кожне тіло. Рівняння руху для вантажів P_1, P_2 і P_3 будуть: $F_1 = \frac{P_1}{g}a$; $F_3 - F_2 - P_2 = \frac{P_2}{g}a$; $P_3\sin\alpha - F_3 = \frac{P_3}{g}a$. Крім того, очевидно, що $F_1 = F_2$.

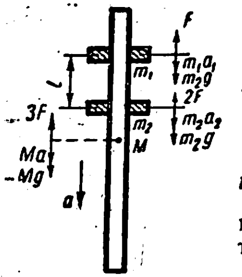


Рис. 108.

Розв'язуючи систему, дістанемо: $a = \frac{(P_3 \sin\alpha - P_2)\,g}{P_1 + P_2 + P_3} \approx 0{,}81$ *м/сек*², $F_1 = F_2 \approx 80$ *н*; $F_3 \approx 620$ *н*.

155. $a_1 = g - \frac{M(g-a)}{3m_1}$; $a_2 = g - \frac{2M(g-a)}{3m_2}$; $t = \sqrt{\frac{6l}{g-a}\cdot\frac{m_1 m_2}{M(2m_1 - m_2)}}$. Розв'язування. Запишемо рівняння руху для кожного з трьох тіл (рис. 108):

$m_1 g - F = m_1 a_1$; $m_2 g - 2F = m_2 a_2$; $Mg - 3F = Ma$,

де F — сила тертя.

Враховуючи початкову відстань між кільцями, можна записати: $\frac{a_1 t^2}{2} - \frac{a_2 t^2}{2} = l$.

Розв'язавши здобуту систему рівнянь, дістанемо

$$F = \frac{M(g-a)}{3};\quad a_1 = g - \frac{M(g-a)}{3m_1};\quad a_2 = g - \frac{2M(g-a)}{3m_2};$$

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a_1 - a_2}} = \sqrt{\frac{6l}{g-a}\cdot\frac{m_1 m_2}{M(2m_1 - m_2)}}.$$

156. $v \approx 10{,}8$ *м/сек*. Розв'язування. Швидкість рівномірно-прискореного руху вагонетки можна визначити за формулою $v = \sqrt{2al}$; але для цього потрібно знати прискорення. Згідно з другим законом механіки, $a = \frac{F - P\sin\alpha - kP\cos\alpha}{m} = \frac{F - P\sin\alpha - kP\cos\alpha}{P}\,g$.

Оскільки довжина похилої площини вдвічі більша за її висоту, то кут нахилу похилої площини $\alpha = 30°$. Підставивши числові значення величин, дістанемо $a \approx 0{,}147$ *м/сек*². Тоді $v = \sqrt{2al} \approx 10{,}8$ *м/сек*.

157. $F = P\sin\frac{\alpha}{2}$. Розв'язування. Запишемо правило моментів сил відносно точки B (рис. 109): $Ph_P = Fh_F$, де $h_P = \frac{1}{2}AB\sin\alpha$; $h_F = AB\cos\frac{\alpha}{2}$. Звідси $F = P\frac{\sin\alpha}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = P\sin\frac{\alpha}{2}$.

158. $x = \sqrt{\frac{a^2}{12} - b^2}$. Розв'язування. Якщо сила, що діє з боку опори на основу трикутної пластинки, напрямлена вздовж цієї пластинки, то її момент відносно осі, яка проходить у площині пластини через центр ваги, дорівнює нулю. Оскільки момент сили ваги відносно цієї осі теж дорівнює нулю, то для того щоб пластина

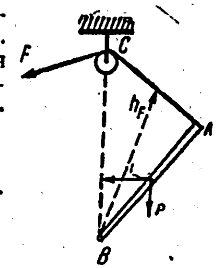


Рис. 109.

була нерухомою, повинен дорівнювати нулю і момент сили, що діє на пластинку з боку східця. Це означає, що на східець пластина опирається лінією, що паралельна основі пластини і проходить через центр ваги. Центр ваги рівностороннього трикутника лежить на відстані $l = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ від будь-якої з його сторін. Тоді шукана відстань $x = \sqrt{\frac{a^2}{12} - b^2}$.

159. На драбину діють такі сили: вага P, реакція стіни N і реакція підлоги R. Оскільки драбина знаходиться в рівновазі, сума моментів цих трьох сил відносно будь-якої точки дорівнює нулю. Сила P прикладена до середини драбини і напрямлена вертикально вниз, реакція N гладенької поверхні завжди перпендикулярна до поверхні. Знаходимо точку перетину ліній дії сил P і N (рис. 110). Відносно точки O сили P і N моментів не дають. Щоб сила R теж не давала моменту відносно тієї самої точки O, її лінія дії повинна також проходити через точку O.

160. Рівнодійна всіх сил дорівнює 60 *н* і збігається за напрямом із силою 50 *н*. Це легко встановити, додавши попарно сили 40 *н* і 10 *н*; 30 *н* і 60 *н*; 20 *н* і 50 *н*.

Прискорення кулі $a = \frac{R}{m} = 15$ *м/сек*², напрямлене в бік сили 50 *н*. Про напрям вектора швидкості нічого сказати не можна, бо він не обов'язково збігається з напрямом прискорення.

161. 1) $a_1 = g\sin\alpha \approx 0{,}71$ *м/сек*²; 2) $a_2 \approx 1{,}43$ *м/сек*². Розв'язування. Якщо собака стоїть нерухомо на дошці, то, розклавши силу ваги дошки з собакою на складові, дістанемо $a_1 = g\sin\alpha$. Щоб визначити $\sin\alpha$, треба визначити довжину дошки між підставками: $l = \sqrt{2^2 + 0{,}15^2} \approx 2{,}05$ (*м*). Тоді $\sin\alpha = \frac{0{,}15}{2{,}05} = \frac{3}{41}$, а $a_1 \approx 0{,}71$ *м/сек*².

Дошка залишатиметься нерухомою, якщо собака збігатиме вниз з таким прискоренням, щоб, відштовхуючи ногами дошку назад, зрівноважити дію складової сили тяжіння. Складова сили тяжіння, яка змушує зісковзувати дошку з собакою, дорівнює $(m + m)\,g\sin\alpha = 2mg\sin\alpha$.

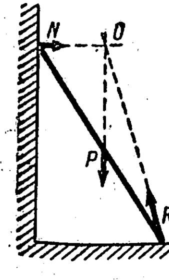


Рис. 110.

Сила, з якою собака штовхає дошку, дорівнює тій силі, з якою собака рухається вперед, тобто ma_2. Тоді $ma_2 = 2mg\sin\alpha$, звідки $a_2 = 2g\sin\alpha \approx 1{,}43$ *м/сек*². Отже, прискорення бігу собаки повинно бути вдвічі більше, ніж прискорення, з яким зісковзує дошка з собакою, що спокійно стоїть на дошці.

Цю частину задачі можна також розв'язати, виходячи з того, що спільний центр ваги дошки і собаки повинен опускатися з таким самим прискоренням, як і тоді, коли собака спокійно стоїть на дошці.

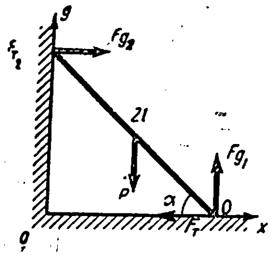


Рис. 111.

162. $\alpha = 45°$. Розв'язування. Драбина буде в рівновазі (рис. 111), якщо сума проекцій всіх сил на осі x і y дорівнюватиме 0, тобто: $F_{g2} - F_{T1} = 0$; $F_{g1} + F_{T2} - P = 0$.

Так само, якщо драбина перебуває в рівновазі, то алгебраїчна сума моментів, узятих відносно будь-якої точки, повинна також дорівнювати 0, тому відносно точки O маємо:

$$Pl\cos\alpha - F_{g2}\, 2l\sin\alpha - F_{T2}\, 2l\cos\alpha = 0,$$

де α — найменший шуканий кут нахилу драбини, за якого вона перебуває на межі між спокоєм і ковзанням. Оскільки $F_{T1} = k_1F_{g1}$ і $F_{T2} = k_2F_{g2}$, маємо:

$$F_{g2} = k_1F_{g1};\ F_{g1} = P - k_2F_{g2};\ 2\sin\alpha \cdot F_{g2} + 2k_2F_{g2}\cos\alpha = P\cos\alpha.$$

Розв'язуючи систему, знаходимо

$$F_{g2} = \frac{k_1}{1 + k_1k_2}P,\quad F_{g1} = \frac{P}{1 + k_1k_2},$$

тобто

$$2\sin\alpha\,\frac{k_1}{1 + k_1k_2}\cdot P + 2\cos\alpha\,\frac{k_1k_2}{k_1k_2}\cdot P = P\cos\alpha,$$

звідки

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1 - k_1k_2}{2k_1} = 1 \quad і \quad \alpha = 45°.$$

163. Щоб драбина не впала, сума моментів діючих на неї сил відносно осі, що проходить через будь-яку точку, повинна дорівнювати нулю. За таку вісь зручно взяти вісь, що проходить через точку O перпендикулярно до площини рисунк (рис. 112). Легко переконатися, що відносно цієї осі сума моментів реакцій підлоги N_1, стіни N_2 і сили T, що діє на драбину з боку вірьовки, за будь-якої величини T дорівнює нулю. Момент ваги драбини P відносно цієї осі не дорівнює нулю. Отже, за якого завгодно великого натягу вірьовки T, сума моментів усіх діючих на драбину сил відносно вибраної осі не дорівнює нулю, і драбина обов'язково впаде.

164. У 6 раз. Розв'язування. Позначимо вагу драбини і людини через P і nP відповідно. Сили, прикладені до драбини, зображено на рис. 113. З умови рівності нулю суми сил і суми моментів сил відносно точки A маємо:

$$N_2 + k_2N_1 = nP + P; \qquad (1)$$

$$N_1 = k_1N_2; \qquad (2)$$

$$\frac{1}{2}nP + k_1N_2 = N_2. \qquad (3)$$

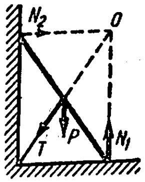


Рис. 112.

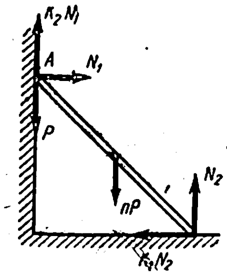


Рис. 113.

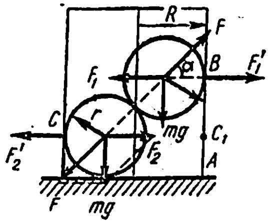


Рис. 114.

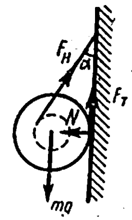


Рис. 115.

З рівнянь (1) і (2) дістанемо:

$$N_2(1 + k_1k_2) = P(n + 1). \qquad (4)$$

З рівнянь (3) і (4) дістанемо:

$$\frac{N_2}{P} = \frac{n + 1}{1 + k_1k_2} = \frac{\frac{1}{2}n}{1 - k_1}.$$

Звідси $n = \dfrac{2(1 - k_1)}{2k_1 + k_1k_2 - 1}$. Якщо $k_1 = \dfrac{1}{2}$ і $k_2 = \dfrac{1}{3}$, то $n = 6$, тобто драбина важить у 6 раз більше за людину.

165. Розв'язування. Розглянемо сили, що діють на кожну кульку (рис. 114). На верхню кульку діє вага mg, напрямлена вертикально вниз; горизонтальна сила тиску (реакція) стінки циліндра F_1; сила тиску F з боку нижньої кульки напрямлена по лінії, що з'єднує центри кульок. З умови рівноваги верхньої кульки випливає, що $F\cos\alpha = F_1$ і $F\sin\alpha = mg$. Звідси $F_1 = mg\operatorname{ctg}\alpha$.

Згідно з третім законом Ньютона, на циліндр в точці B діє сила F_1', що дорівнює за величиною силі F_1, але протилежно напрямлена.

Розглядаючи аналогічно умову рівноваги нижньої кульки, дістанемо, що в точці C на циліндр діє сила F_2', яка за величиною дорівнює $mg\operatorname{ctg}\alpha$.

Циліндр, перекидаючись, обертатиметься навколо точки A. Очевидно, що умовою початку перекидання циліндра є: $F_1' \cdot AB > F_2' \times AC_1 + MgR$, або, якщо підставити значення, $mg\operatorname{ctg}\alpha \cdot AB - mg\operatorname{ctg}\alpha \times AC_1 > MgR$. Звідси $m \cdot BC_1\operatorname{ctg}\alpha > MR$. Але $BC_1 = 2r\sin\alpha$, отже, $2mr\cos\alpha > MR$, звідки $\dfrac{M}{m} < \dfrac{2r\cos\alpha}{R}$.

З рисунка видно, що $\cos\alpha = \dfrac{R - r}{r}$, тоді $\dfrac{M}{m} < \dfrac{2(R - r)}{R}$.

166. Розв'язування. На котушку діють: її вага mg, сила натягу нитки $F_н$, реакція стіни N і сила тертя $F_т$ (рис. 115). Щоб котушка не почала ковзати по стіні, сума всіх сил, що діють на

котушку, а також сума моментів цих сил відносно будь-якої осі повинна дорівнювати нулю:

$$mg - F_н \cos\alpha - F_т = 0; \qquad (1)$$

$$F_н \sin\alpha - N = 0; \qquad (2)$$

$$F_н r - F_т R = 0. \qquad (3)$$

Урахувавши, що $F_т \leqslant kN$, з рівнянь (2) і (3) дістанемо:

$$\sin\alpha \geqslant \frac{r}{kR}. \qquad (4)$$

Розв'язавши рівняння (1) і (2), дістанемо для сили натягу нитки $F_н \geqslant \frac{mg}{\cos\alpha + \sin\alpha}$. Врахувавши (4), дістанемо $F_н \geqslant \frac{mg}{\cos\alpha + \frac{r}{kR}}$.

167. Р о з в'я з у в а н н я. Центр ваги можна визначити як точку прикладання рівнодійної всіх сил ваги, прикладених до всіх елементів пластинки. Для розв'язування задачі застосуємо такий штучний спосіб. Якби вирізу не було, то центр ваги пластинки знаходився б у центрі O (рис. 116) великого круга. Вага пластинки пропорціональна її площі πR^2.

Припустимо, що з пластинки симетрично з першим вирізано другий отвір такого самого радіуса. Центр ваги пластинки з двома такими вирізами знов-таки буде в точці O, де прикладено вагу пластинки з вирізами, пропорціональну її площі $\pi R^2 - 2\frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi R^2}{2}$.

Тепер центр ваги пластинки з одним вирізом знайдемо як точку O_2 прикладання рівнодійної двох сил: ваги пластинки з двома вирізами і ваги круглої пластинки — вирізу. За умовою додавання паралельних сил можна записати $\frac{\pi R^2}{2} : \frac{\pi R^2}{4} = \frac{O_2O_1}{OO_2} = \frac{\frac{1}{2}R - x}{x}$.

Звідси $x = \frac{1}{6}R = 1{,}5$ *см* від центра великого круга.

168. $x = 1$ *см*. В к а з і в к а. Задачу можна розв'язати аналогічно попередній.

169. Нижні колеса тиснутимуть дужче. Р о з в'я з у в а н н я. Вагон буде в спокої на похилій площині, якщо алгебраїчна сума діючих сил і їх моментів дорівнює нулю (при умові відсутності поступального переміщення і обертального руху). Оскільки обертання, наприклад, відносно осі, що проходить через центр ваги вагона, немає, алгебраїчна сума моментів сили P, сил тертя F_1 і F_2, що діють на колеса вагона, і сил реакцій опори R_1 і R_2 (рис. 117) дорівнює нулю. Вважаючи моменти сил, що обертають вагон в напрямі руху годинникової стрілки навколо осі, що проходить через центр ваги вагона C, додатними, можна записати: $F_1h + F_2h + R_1l - R_2l + P \cdot 0 = 0$. Звідси $R_2 - R_1 = (F_1 + F_2)\frac{h}{l} > 0$, тобто $R_2 > R_1$ — сили реакції, що діють на колеса вагона, які знаходяться нижче, більші за сили реакції, що діють на колеса, що знаходяться вище. Отже, за третім законом Ньютона, сили тиску нижніх коліс на площину повинні бути більшими, ніж сили тиску верхніх коліс.

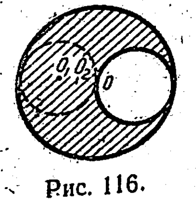


Рис. 116.

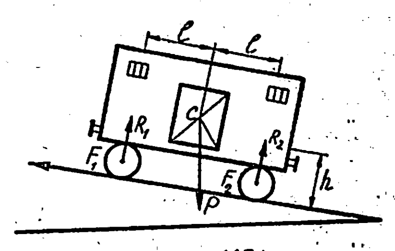


Рис. 117.

Якщо коефіцієнт тертя дорівнює нулю, то під час ковзання вагона по похилій площині $F_1 + F_2 = 0$ і тоді дістанемо $R_1 = R_2$, тобто тиск нижніх і верхніх коліс буде однаковий.

170. $F_C = ma$; $F_A = \frac{1}{2}mg + \frac{l-H}{2l}ma$; $F_B = \frac{1}{2}mg - \frac{l-H}{2l}ma$.

Р о з в'я з у в а н н я. На куб діють: вага mg, сила інерції ma і реакції призм F_A, F_B і F_C (рис. 118). Куб буде в рівновазі, коли сума всіх сил, що діють на нього, а також сума моментів цих сил відносно будь-якої осі, наприклад, тієї, що проходить через точку C, дорівнює нулю:

$$mg = F_A + F_B; \quad ma = F_C; \quad mgl - F_B \cdot 2l - ma(L - H) = 0.$$

Розв'язавши цю систему, дістанемо: $F_B = \frac{1}{2}mg - \frac{l-H}{2l}ma$;

$$F_A = \frac{1}{2}mg + \frac{l-H}{2l}ma.$$

171. $F \approx 2{,}1 \cdot 10^5$ *н*. Р о з в'я з у в а н н я. Повну деформацію стержня дістанемо, додавши деформації окремих ділянок:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{Fl_1}{E_{ст} \cdot S_1} + \frac{Fl_2}{E_{чав} S_2}.$$

Звідси

$$F = \frac{\Delta l}{\frac{l_1}{E_{ст} \cdot S_1} + \frac{l_2}{E_{чав} S_2}} \approx 2{,}1 \cdot 10^5 \text{ н}.$$

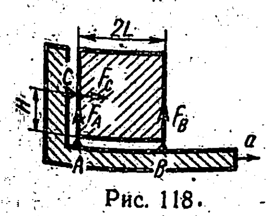


Рис. 118.

172. Аеростат опускатиметься з швидкістю $u = \frac{P_2 v}{P_1 + P_2} \approx 0{,}065$ *м/сек*. Р о з в'я з у в а н н я. Оскільки сума кількостей руху тіл системи до початку руху людини дорівнювала нулю, то, коли людина підніматиметься вгору, аеростат повинен опускатися вниз з такою швидкістю u, щоб

сума кількостей руху аеростата і людини весь час дорівнювала нулю.

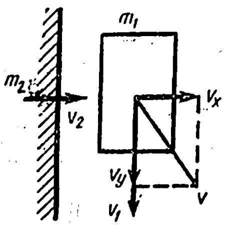


Рис. 119.

Швидкість людини відносно землі буде $v - u$. Тоді кількість руху людини $\frac{P_2}{g}(v-u)$, кількість руху аеростата $\frac{P_1}{g}u$ і сума кількостей руху людини і аеростата $\frac{P_2}{g}(v-u) - \frac{P_1}{g} \times u = 0$. Звідси $u = \frac{P_2 v}{P_1 + P_2} \approx 0{,}065$ *м/сек*.

173. $m_2 = 300$ *кг*. Р о з в'я з у в а н н я. Згідно з законами збереження кількості руху, другий човен з вантажем матиме після перекидання вантажу кількість руху, меншу на величину кількості руху вантажу (бо до цього вантаж рухався в протилежному напрямі). Отже, можна записати $m_2 v - mv = m_2 v_1 + mv_1$. Звідси $m_2 = \frac{m(v + v_1)}{v - v_1} = 300$ *кг*.

174. $v = \frac{1}{m_1 + m_2}\sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}$. Р о з в'я з у в а н н я. Позначимо складові швидкості плоту з людиною через v_x і v_y (рис. 119). За законом збереження кількості руху, можна записати: $m_1v_1 = (m_1 + m_2)v_y$ і $m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_x$. Звідси $v_x = \frac{m_2}{m_1 + m_2}v_2$ і $v_y = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_1$. Тоді швидкість плоту з людиною буде $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \frac{1}{m_1 + m_2}\sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}$.

175. $s \approx 0{,}65$ *м*. Р о з в'я з у в а н н я. Оскільки зовнішні сили не діють, то кількість руху плоту з людьми залишається в процесі переміщення людей сталою, тобто $\frac{P_1}{g}(v_1 - v) - \frac{P_2}{g}(v_2 + v) - \frac{P_3}{g}v = 0$, де v_1 і v_2 — швидкості руху відповідно дорослої людини і дитини відносно плоту, v — швидкість плоту відносно землі. Врахувавши, що швидкість дорослого вдвічі більша за швидкість дитини, тобто $v_2 = \frac{1}{2}v_1$, розв'яжемо рівняння відносно v: $v = \frac{P_1 - \frac{1}{2}P_2}{P_1 + P_2 + P_3}v_1$.

Пліт переміститься на відстань $s = vt$, де $t = \frac{l}{v_1}$ — час, затрачений дорослою людиною на переміщення з одного кінця плоту на другий. Підставивши значення v і t, дістанемо $s = \frac{P_1 - \frac{1}{2}P_2}{P_1 + P_2 + P_3} \cdot l \approx 0{,}65$ *м*.

176. $F_1 = 20$ *н*.; $F_2 = 10$ *н*. Р о з в'я з у в а н н я. Згідно з другим законом механіки, імпульс сили Ft дорівнює зміні кількості руху mv.

1) $\alpha = 0°$. Напрям вектора кількості руху змінюється на протилежний (рис. 120, *а*), тому $F_1 t = mv - (-mv) = 2mv$, звідси $F_1 = \frac{2mv}{t} = 20$ *н*.

2) $\alpha = 30°$. Величина зміни кількості руху в цьому випадку (рис. 120, *б*) буде $\Delta mv = 2mv \sin\alpha$. Звідси $F_2 = \frac{\Delta mv}{t} = \frac{2mv \sin\alpha}{t}$. Підставивши числові значення величин, дістанемо $F_2 = 10$ *н*.

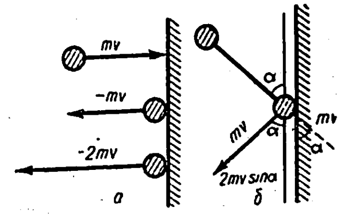


Рис. 120.

177. $H = \frac{4}{3}h$, тобто висота будинку в 4/3 раза більша за висоту огорожі. Р о з в'я з у в а н н я. Перший м'яч упав з висоти H даху будинку на землю, підстрибнув на таку саму висоту H і потім упав на землю в точці A. Другий м'яч, падаючи з висоти H, зразу досяг точки A. Час падіння першого м'яча з висоти H дорівнює часові підіймання його на цю висоту, тому сумарний час польоту першого м'яча в три рази більший за час польоту другого м'яча.

Шляхи OB і OA м'ячі проходять за однаковий час t. Щоб розв'язати задачу, покажемо, що другий м'яч проходить відрізки шляху OC і CA за однакові проміжки часу.

Справді, шлях CD перший м'яч проходить за той час, який другий м'яч затрачає на проходження шляху OC, тобто $t_{CD} = t_{OC}$. Крім того, оскільки горизонтальна складова швидкості руху кожного з м'ячів за час усього польоту не змінюється, то час t_1, за який перший м'яч упав на землю в точці B і підстрибнув на висоту h, втричі більший за час t_{OC} руху другого м'яча на шляху OC: $t_1 = 3t_{OC}$, тобто $t + t_{BC} = 3t_{OC}$, $t_{BC} = t - 3t_{OC}$, звідки дістанемо $t_{BC} = t_{OC}$.

З другого боку, можна записати $t = t_{DC} + t_{CA}$ і $t = t_{BC} + t_{OC}$. Але $t_{CD} = t_{OC}$, тоді $t_{BC} = t_{CA}$. Врахувавши, що $t_{BC} = t_{OC}$, дістанемо $t_{OC} = t_{CA}$.

Для шляхів, що їх проходить, падаючи, другий м'яч за наступні рівні проміжки часу, можна записати $\frac{H - h}{h} = \frac{1}{3}$, звідки $H = \frac{4}{3}h$, тобто висота будинку в $\frac{4}{3}$ раза більша за висоту огорожі.

178. $E \approx 88{,}2$ *дж*. Р о з в'я з у в а н н я. Енергія, яку розвиває людина, стрибаючи, дорівнює сумі кінетичних енергій людини і візка: $E = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}$. Згідно з законом збереження енергії, $\frac{m_2v_2^2}{2} = km_2gs$.

Швидкість людини можна визначити на основі закону збереження кількості руху: $m_1v_1 = m_2v_2$, $v_1 = \frac{m_2}{m_1}v_2$.

З попередньої рівності $v_2 = \sqrt{2kgs}$, тоді $v_1 = \frac{m_2}{m_1}\sqrt{2gsk}$. Підставивши значення $\frac{m_2 v_2^2}{2}$ і v_1, дістанемо $E = km_2gs\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \approx 88{,}2$ *дж*.

179. Снаряд упаде на моржа з такою самою швидкістю, як і тоді, коли стріляли в горизонтальному напрямі. Розв'язування. Сума кінетичної енергії снаряда, вистреленого в горизонтальному напрямі з швидкістю v_0, і потенціальної енергії дорівнює кінетичній енергії снаряда в момент досягнення моржа, тобто $\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2}$, де m — маса снаряда, h — різниця рівнів, яка є висотою берега. З цього рівняння $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$.

При стрільбі під кутом α швидкість v_0 розкладемо на горизонтальну $v_0 \cos\alpha$ і вертикальну $v_0 \sin\alpha$ складові. Тоді $\frac{mv_0^2\cos^2\alpha}{2} + \frac{mv_0^2 \sin^2\alpha}{2} + mgh = \frac{mv_1^2}{2}$, звідки $v_1^2 = v_0^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + 2gh$, $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$.

Отже, $v = v_1$, тобто швидкість, з якою снаряд досягає рівня моржа, в обох випадках однакова.

180. Для ядер, важчих за ядро атома вуглецю. Розв'язування. За умовою задачі, $\frac{mv_1^2}{2} = 12\frac{Mv_2^2}{2}$, де m — маса нейтрона, M — маса ядра атома, v_1 і v_2 — швидкості нейтрона і ядра відповідно. Після непружного удару рух відбуватиметься в бік руху ядра, якщо $Mv_2 - mv_1 > 0$. З цих двох рівнянь дістанемо $M > 12m$. Отже, процес можливий для ядер атомів, важчих за ядра атома вуглецю.

181. $E_п = \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}(v_1 - v_2)^2$. Розв'язування. У момент, коли деформація максимальна, кульки рухаються як одне ціле. Позначимо швидкість цього руху через v_3. Припустивши, що кульки рухаються в одному напрямі, запишемо закон збереження кількості руху:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_3. \qquad (1)$$

Коли кульки рухаються назустріч одна одній, то замість v_2 треба писати $-v_2$.

За законом збереження енергії, запишемо:

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)v_3^2}{2} + E_п. \qquad (2)$$

Розв'язавши разом рівняння (1) і (2), дістанемо:

$$E_п = \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}(v_1 - v_2)^2.$$

182. Розв'язування. Розглянемо співудар двох кульок. Закони збереження кількості руху і енергії для абсолютно пружного удару мають вигляд: $mv = mu_1 + mu_2$ і $\frac{mv^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}$, де u_1 і u_2 — відповідно швидкості першої і другої кульок після удару. Після спрощень дістанемо $v = u_1 + u_2$ і $v^2 = u_1^2 + u_2^2$. Звідси $2u_1u_2 = 0$. Друга кулька, яка до удару була нерухомою, після удару, безперечно, покотиться, отже, $u_2 \neq 0$, тоді $u_1 = 0$, а $u_2 = v$, тобто друга кулька покотиться з швидкістю, яку мала перша кулька.

Міркуючи аналогічно, знайдемо, що з швидкістю v покотиться третя кулька, потім четверта і т. д. Отже, остання кулька покотиться з швидкістю v.

183. $v_{\min} = \sqrt{\frac{M}{m}ag(\sqrt{2} - 1)}$. Розв'язування. Щоб перекинути куб, потрібно повернути його навколо точки A так, щоб його діагональна площина стала вертикальною. Отже, потрібно виконати роботу по підійманню центра ваги куба на висоту $h = \frac{a\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}a = \frac{a}{2}(\sqrt{2} - 1)$. Кінетична енергія кулі повинна дорівнювати роботі по підійманню центра ваги: $\frac{mv^2}{2} = Mg\frac{a}{2}(\sqrt{2} - 1)$, звідки $v_{\min} = \sqrt{\frac{M}{m}ag(\sqrt{2} - 1)}$.

184. Розв'язування. Найбільш стійкому положенню рівноваги цієї системи відповідає мінімум потенціальної енергії. Центр ваги картоплі займатиме найнижче положення, коли вона уляжеться найбільш щільно в нижній частині відра. При струшуванні відра внизу в ньому в проміжках між більшими картоплинами скупчується дрібна картопля. Зверху при цьому виявляється переважно велика картопля.

185. Швидкість тіла буде більша у пункті D, коли воно рухатиметься по шляху ABD. Розв'язування. Позначимо масу тіла через m, швидкість тіла в точці A — v_0, радіус кривини дуг — R, коефіцієнт тертя — k.

Кінетична енергія тіла в точці A дорівнює сумі роботи по переміганню сили тертя в процесі руху по дузі довжиною s і кінетичної енергії тіла в точці D. Для руху тіла по шляху ABD можна записати: $\frac{mv_0^2}{2} = F_{т1} \cdot s + \frac{mv_1^2}{2}$, де $F_{т1}$ — сила тертя, v_1 — швидкість у точці D. Але $F_{т1} = \left(mg - \frac{mv_0^2}{R}\right)k$. Тоді

$$\frac{mv_0^2}{2} = k\left(mg - \frac{mv_0^2}{R}\right)s + \frac{mv_1^2}{2}, \text{ звідки } \frac{v_0^2}{2} = kgs - k\frac{v_0^2}{R}s + \frac{v_1^2}{2}. \qquad (1)$$

Для руху тіла по дузі ACD: $\frac{mv_0^2}{2} = F_{т2}s + \frac{mv_2^2}{2}$, де $F_{т2} = k\left(mg + \frac{mv_0^2}{R}\right)$ — сила тертя, v_2 — швидкість у точці D. Тоді

$$\frac{v_0^2}{2} = kgs + k\frac{v_0^2}{R}s + \frac{v_2^2}{2}. \qquad (2)$$

Порівнявши рівняння (1) і (2), дістанемо: $v_1^2 = v_2^2 + \frac{4kv_0^2}{R}s$. Як бачимо, $v_1 > v_2$, тобто швидкість тіла в точці D при русі по шляху ABD буде більша за швидкість, з якою тіло рухається по шляху AC.

У процесі розв'язування задачі для спрощення ми зробили два припущення: обчислюючи сили тертя, ми вважали швидкість тіла v_0 постійною; визначаючи сили нормального тиску, ми брали вагу тіла, а не складову ваги, напрямлену перпендикулярно до шляху.

186. Розв'язування. Нехай у певний момент гойдалка відхилена в крайнє ліве положення і людина стоїть на ній, випроставшись. Центр ваги системи людина-гойдалка знаходиться при цьому на висоті H_1 від землі і потенціальна енергія системи дорівнює mgH_1, де m — маса системи.

Якщо людина в цей момент присяде, то потенціальна енергія системи зменшиться на величину $mgh\cos\alpha$, де h — відстань між центрами ваги системи, коли людина стоїть і коли вона присідає, α — кут, який утворює гойдалка з вертикаллю. Отже, потенціальна енергія буде $mg(H_1 - h\cos\alpha)$.

У момент, коли гойдалка буде в положенні рівноваги, система матиме кінетичну енергію $\frac{mv^2}{2}$ і потенціальну енергію mgH_2, де H_2 — висота центра ваги системи над землею. Тоді можна записати закон збереження енергії:

$$mg(H_1 - h\cos\alpha) = \frac{mv^2}{2} + mgH_2. \qquad (1)$$

Якщо в цей момент людина знову випрямиться, то вона виконає роботу проти сил поля тяжіння, внаслідок чого потенціальна енергія системи зросте на величину mgh і енергія системи в цілому дорівнюватиме $\frac{mv^2}{2} + mgh + mgH_2$.

У момент, коли гойдалка досягне крайнього правого положення, система матиме потенціальну енергію $mgH = \frac{mv^2}{2} + mgH_2 + mgh$.

Порівнявши цю рівність з (1), дістанемо $mgH = mgH_1 + mg \times (1 - \cos\alpha)$, або $H = H_1 + (1 - \cos\alpha)h$.

Оскільки $\cos\alpha < 1$, то $H > H_1$.

Отже, якщо людина присідатиме в момент, коли гойдалка максимально відхилена від положення рівноваги, і випрямлятиметься в момент, коли гойдалка проходить положення рівноваги, то розмахи гойдалки збільшуватимуться завдяки роботі, виконуваній людиною.

187. $v_1 = -\sqrt{\frac{2Em_2}{m_1(m_1+m_2)}}$; $v_2 = \sqrt{\frac{2Em_1}{m_2(m_1+m_2)}}$. Розв'язування. Загальна кінетична енергія обох частин атома визначається так: $\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = E$.

На основі закону збереження кількості руху можна записати $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1+m_2)v_0$, де $v_0 = 0$, тобто швидкість атома до розпаду дорівнює нулю. Розв'язавши ці два рівняння, матимемо $v_1 = -\sqrt{\frac{2Em_2}{m_1(m_1+m_2)}}$; $v_2 = \sqrt{\frac{2Em_1}{m_2(m_1+m_2)}}$.

188. Ковзаючи по льоду, крижинка залетить у 25 раз далі. Розв'язування. Найбільша далекість польоту тіла, кинутого під кутом α до горизонту, $s_1 = \frac{v^2\sin 2\alpha}{g}$.

Для руху крижинки по поверхні льоду можна написати $\frac{mv^2}{2} = kmgs_2$, звідки $s_2 = \frac{v^2}{2kg}$. Тоді $\frac{s_2}{s_1} = \frac{1}{2k\sin 2\alpha}$. Підставивши числові значення величин, дістанемо $\frac{s_2}{s_1} = 25$, тобто по льоду крижинка залетить далі.

189. $v_3 \approx 7,88$ *м/сек*. Розв'язування. На автомобіль діють три сили: вага P, сила тертя $F_т$ і сила тяги F двигуна. Якщо автомобіль рухається вгору (рис. 121), то двигун розвиває силу тяги $F_1 = F_т + P\sin\alpha = kP\cos\alpha + P\sin\alpha$. При цьому двигун розвиває потужність $N = P(k\cos\alpha + \sin\alpha)v_1$. Коли автомобіль рухається вниз, двигун розвиває силу тяги $F_2 = F_т - P\sin\alpha = kP\cos\alpha - P\sin\alpha$. Потужність $N = P(k\cos\alpha - \sin\alpha)v_2$.

Якщо автомобіль рухається по горизонтальному шляху, то двигун розвиває силу тяги $F_3 = kP$ і потужність $N = kPv_3$. Оскільки в усіх випадках розвивається однакова потужність, то $kPv_3 = P(k\cos\alpha - \sin\alpha)v_2$, звідки $v_3 = \frac{1}{k}(k\cos\alpha - \sin\alpha)v_2$. Коефіцієнт тертя визначимо з рівності: $v_2(k\cos\alpha - \sin\alpha) = v_1(k\cos\alpha + \sin\alpha)$, звідки $k = \frac{v_1 + v_2}{v_2 - v_1}\operatorname{tg}\alpha$.

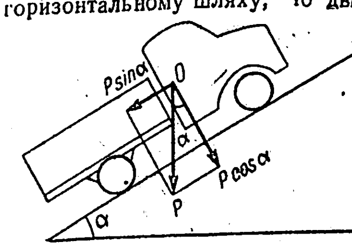


Рис. 121.

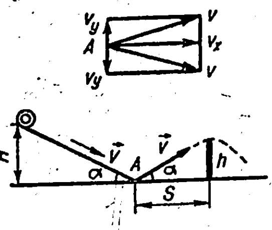


Рис. 122.

Для спрощення розрахунків обчислимо спочатку коефіцієнт тертя: $k \approx 0{,}294$. Тоді $v_8 \approx 7{,}88$ *м/сек*.

190. Розв'язування. На висоті H кулька мала потенціальну енергію $E_п = mgH$. При сповзанні по похилій площині швидкість її руху збільшувалась, і в точці A кулька мала кінетичну енергію $E_2 = \frac{mv^2}{2}$. Згідно з законом збереження енергії, $mgH = \frac{mv^2}{2}$, звідки $v = \sqrt{2gH}$.

У момент досягнення точки A кулька мала швидкість v, спрямовану вниз під кутом α до горизонту (рис. 122). У точці A кулька удариться об горизонтальну площину і відлетить від неї під кутом α (кут падіння дорівнює кутові відбивання, бо площина і кулька абсолютно пружні), при цьому швидкість v буде спрямована вгору під кутом α до горизонту. Після відбивання кулька рухатиметься як тіло, кинуте під кутом α до горизонту.

Розкладемо швидкість кульки v на горизонтальну і вертикальну складові: v_x і v_y. З рисунка видно, що $v_x = v\cos\alpha = \sqrt{2gH}\cdot\cos\alpha$ і $v_y = v\sin\alpha = \sqrt{2gH}\cdot\sin\alpha$.

Тепер визначимо час піднімання кульки на максимальну висоту: $v\sin\alpha - gt = 0$, звідки $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}\sin\alpha$. За цей час кулька пролетить у горизонтальному напрямі шлях:

$$x = v_x t = \sqrt{2gH}\cos\alpha\sqrt{\frac{2H}{g}}\sin\alpha = H\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}H \approx 86{,}5 \text{ см}.$$

Як бачимо, $x \approx s$, а на відстані x кулька знаходиться на висоті 25 *см*. Оскільки висота дошки 20 *см*, то кулька перестрибне через дошку.

191. Робота виконується не лише по підніманню снаряда на висоту в 1 *м*, а й на надання йому великої кінетичної енергії.

192. $s + s_1 \approx 170$ *м*. Розв'язування. З другого закону механіки $F - kmg = ma$ визначимо прискорення $a = \frac{F - kmg}{m}$. Визначимо швидкість платформи, якої вона набуває, пройшовши 100 *м* під дією сталої сили: $v^2 = 2s\frac{F - kmg}{m}$.

Набута платформою кінетична енергія витрачається на перемагання сили тертя на шляху s_1: $\frac{mv^2}{2} = kmgs_1$, або $\frac{m}{2}2s\frac{F - kmg}{m} = kmgs_1$, звідки $s + s_1 = \frac{Fs}{kmg} \approx 170$ *м*.

193. $s \approx 49$ *м*. Розв'язування: Згідно з законом збереження енергії, можна записати $\frac{mv^2}{2} = kmgs$, звідки $s = \frac{v^2}{2kg}$.

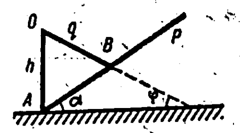


Рис. 123.

Коефіцієнт тертя k визначимо з умови, що машина гальмами утримується на схилі гори з нахилом 0,2: $mg\sin\alpha = kmg\cos\alpha$, звідки $k = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$. Врахувавши, що $\sin\alpha = 0{,}2$, а $\cos\alpha = \sqrt{1 - 0{,}2^2} \approx 0{,}98$, підставимо числові значення величин і дістанемо $s \approx 49$ *м*.

194. $v \approx 2{,}1$ *м/сек*. Розв'язування. Коли половина ланцюжка лежить на столі, то центр ваги його знаходиться нижче рівня столу на $\frac{1}{8}l$. Якщо ланцюжок увесь зсунеться із столу, то центр ваги його переміститься на $\frac{3}{8}l$. Тоді за законом збереження енергії $mg\frac{3}{8}l = \frac{mv^2}{2}$, звідки $v = \frac{1}{2}\sqrt{3gl} \approx 2{,}1$ *м/сек*.

195. $t = \sqrt{\frac{2h\cos\alpha}{g\cos^2\frac{\alpha}{2}}}$; $OB = h\frac{\cos\alpha}{\sin\left(90^\circ + \frac{\alpha}{2}\right)}$. Розв'язування. Нехай A є точка перетину перпендикуляра, опущеного з точки O, з горизонтальною площиною, а B — точка перетину прямих p і q; кут нахилу прямої q до горизонтальної площини позначимо через φ (рис. 123). З трикутника OAB випливає: $OB = AO\frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha + \varphi)} = h\frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha + \varphi)}$. Для руху точки по шляху OB можна записати:

$$\frac{h\cos\alpha}{\sin(\alpha + \varphi)} = \frac{1}{2}g\sin\varphi t^2,$$

звідки

$$t = \sqrt{\frac{2h\cos\alpha}{g\sin\varphi\sin(\alpha + \varphi)}}.$$

Час t буде мінімальний за такого значення кута φ, за якого вираз $\sin\varphi\cdot\sin(\alpha + \varphi)$ набуває максимального значення. Можна записати $\sin\varphi\sin(\alpha + \varphi) = \frac{1}{2}[\cos\alpha - \cos(\alpha + 2\varphi)]$. Цей вираз матиме максимальне значення, коли $-\cos(\alpha + 2\varphi) = 1$, тобто $\alpha + 2\varphi = \pi$, звідки $\varphi = \frac{\pi - \alpha}{2}$. Тоді час руху $t = \sqrt{\frac{2h\cos\alpha}{g\cos^2\frac{\alpha}{2}}}$, а

$$OB = h\frac{\cos\alpha}{\sin\left(90^\circ + \frac{\alpha}{2}\right)}.$$

196. $t_{ABC} < t_{ADC}$. Розв'язування. По шляху AB (і DC) кулька рухається з прискоренням g, а по шляху AD (чи BC) — з

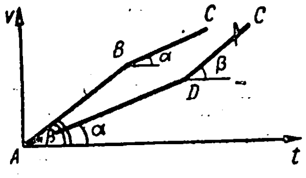


Рис. 124.

прискоренням $g \sin 30°$. Швидкість кульки в точці B буде $v_1 = \sqrt{2gh} = 1{,}4$ *м/сек*, а в точці D — $v_2 = \sqrt{2g \sin 30° \cdot h} = 0{,}7\sqrt{2}$ *м/сек* $\approx 0{,}98$ *м/сек*. Час руху кульки по шляху AB дорівнює $t_{AB} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{1}{7}$ *сек*, а по шляху AD —

$$t_{AD} = \sqrt{\frac{2h}{g \sin 30°}} = \frac{\sqrt{2}}{7} \text{ сек} \approx 0{,}2 \text{ сек}.$$

Знайдемо час руху по шляху BC з рівняння $BC = v_1 t_{BC} + \frac{g \sin 30° t_{BC}^2}{2}$, звідки $t_{BC} \approx 0{,}063$ *сек*.

Час руху по шляху DC знайдемо з рівняння $DC = v_2 t_{DC} + \frac{g t_{DC}^2}{2}$, звідки $t_{DC} \approx 0{,}074$ *сек*.

Як бачимо, $t_{ABC} < t_{ADC}$.

Тепер можна зобразити графічно залежність швидкості кульки від часу для руху по обох шляхах (рис. 124). Кути, показані на рисунку, визначаються з умов:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = g \sin 30°; \\ \operatorname{tg} \beta = g. \end{cases}$$

197. $k = \frac{P}{\rho S (v + u)^2}$. Розв'язування. Вважатимемо удар повітря у вітрове скло абсолютно непружним. За другим законом Ньютона, зміна кількості руху струмини повітря, яка ударяє за час Δt у вітрове скло, дорівнює $m(v + u) = F\Delta t$, де $m = \rho S (v + u)\Delta t$ — маса повітря, яке за час Δt ударяє у вітрове скло. Звідси $F = \rho S (v + u)^2$. За умовою $kF = P$, звідки $k = \frac{P}{F} = \frac{P}{\rho S (v + u)^2}$.

Якщо вітрове скло встановлено під кутом α до горизонту, то значення мінімального коефіцієнта тертя зменшиться в $\sin^2 \alpha$ раз.

198. $n = \frac{v_1 + v_2}{4\pi R}$. Розв'язування. Для розрахунку зручніше вважати, що нижня рейка нерухома, а верхня рухається зліва направо з швидкістю $v_1 + v_2$. Усі точки шестірні беруть участь у складному русі, який можна уявити собі як суму двох рухів: поступального переміщення з швидкістю v_0 і обертання навколо осі O (рис. 125). Оскільки шестірня котиться без ковзання, то за час одного оберту T колесо пройде шлях, що дорівнює довжині кола. Отже, $v_0 = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{T}$. Як відомо, швидкість точок обода колеса обчислюється за формулою $v = \frac{2\pi R}{T}$. Таким чином, $v = v_0$. Швидкість точки A шестірні дорівнює

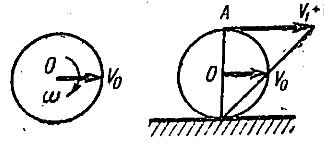


Рис. 125.

$v + v_0 = 2v_0 = v_1 + v_2 = \frac{4\pi R}{T}$. Звідси кількість обертів за одиницю часу $n = \frac{1}{T} = \frac{v_1 + v_2}{4\pi R}$.

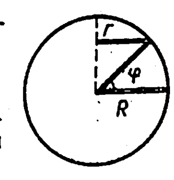


Рис. 126.

199. $\omega = 1$ *сек*$^{-1}$. Розв'язування. Позначивши через t час, протягом якого тягар опуститься на 100 *см*, для швидкості руху нитки можна записати $v = at$. З другого боку, швидкість руху нитки дорівнює лінійній швидкості точок на ободі шківа, яку можна записати $v = \omega R$. Отже, $at = \omega R$, звідки $\omega = \frac{at}{R}$. Час руху $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$. Підставивши це значення t, дістанемо $\omega = \frac{\sqrt{2as}}{R} = 1$ *сек*$^{-1}$.

200. $v \approx 723$ *км/год*. Розв'язування. Земля обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω. Щоб Сонце здавалося пілоту нерухомим, літак повинен летіти із сходу на захід з такою самою кутовою швидкістю ω. Отже, розв'язання задачі зводиться до визначення кутової швидкості Землі і лінійної швидкості точки земної поверхні в районі м. Архангельська.

Час одного повного оберту в годинах для Землі дорівнює $T = 24$ *год*. Тоді кутова швидкість Землі $\omega = \frac{2\pi}{T} \approx 0{,}263$ *рад/год*.

Радіус обертання в районі м. Архангельська дорівнює (рис. 126) $r = R \cos \varphi$. Визначимо лінійну швидкість точки земної поверхні в районі м. Архангельська: $v = \omega r \approx 723$ *км/год*. Це і є та швидкість, з якою повинен летіти літак, щоб пілот, пролітаючи із сходу на захід, бачив Сонце нерухомим.

201. $v > \sqrt{Rg}$. Розв'язування. Оскільки крапля разом з колесом мають однакову швидкість поступального руху, то можна розглядати лише обертальний рух колеса. У вищій точці крапля утримується на колесі за рахунок ваги, яка їй надає доцентрового прискорення.

Тому для точки відриву краплі можна записати $mg = \frac{mv^2}{R}$, де v — лінійна швидкість обертального руху колеса, звідки $v = \sqrt{Rg} \approx 2{,}45$ *м/сек*.

При цьому слід мати на увазі, що крапля рухатиметься по параболі (як тіло, кинуте горизонтально з швидкістю $\sqrt{Rg}$). Для того щоб вона впала на землю, траєкторія параболи повинна проходити поза колесом.

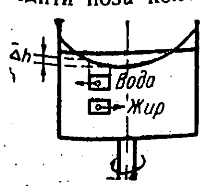


Рис. 127.

При $h = R$; $t = \sqrt{\frac{2R}{g}}$ і $s = vt = \sqrt{Rg} \cdot \sqrt{\frac{2R}{g}} = R\sqrt{2}$.

Тому крапля, яка рухається по параболі, має з колесом єдину спільну точку на вершині колеса, і траєкторія її руху пройде попереду колеса за умови $v \geqslant \sqrt{Rg}$.

202. Приблизно в 1000 раз швидше. Р о з в'я з у в а н н я. У нерухомій посудині легші частинки емульсії спливають внаслідок того, що їх питома вага менша за середню питому вагу емульсії. На розчинені у воді частинки діє виштовхувальна сила $F_в = \rho_р gV$, де $\rho_р$ — густина рідини, V — об'єм частинки. Вага частинки дорівнює $P = \rho gV$. Тому підіймальна сила, що діє на частинки, буде $F_п = gV(\rho_р - \rho)$. Під дією цієї підіймальної сили відбувається спливання частинок. Постійна швидкість спливання встановлюється така, за якої сила опору дорівнює підіймальній силі. Відомо, що сила опору за малих швидкостей руху тіла в рідині пропорціональна швидкості. Тому встановлюється швидкість спливання частинок $v = kF_п$.

Якщо циліндр приводиться в рух, то за рахунок сил внутрішнього тертя починає рухатись і рідина. Можна вважати, що поблизу стінок циліндра швидкість частинок рідини дорівнює швидкості точок на поверхні циліндра. Оскільки у момент початку обертання (коли поверхня емульсії ще горизонтальна) на частинки рідини не діє доцентрова сила, то вони, набувши якоїсь тангенціальної швидкості, рухаються по інерції в напрямі дотичної, віддаляючись при цьому від осі обертання. В результаті поверхня рідини поблизу осі обертання циліндра опускається, а біля стінок піднімається (рис. 127). Якщо мислено виділити якийсь елементарний об'єм V рідини у формі кубика, то тиск на його грань, обернену до стінки барабана (зовнішня грань), буде більший за тиск на грань, обернену до осі обертання (внутрішня грань). Різниця сил тиску на ці грані і є доцентровою силою $F_д = \rho gS\Delta h$, де S — площа бічної грані.

Після встановлення руху поверхня рідини набуває такої форми (якщо глибина достатня), що на будь-який елементарний об'єм рідини діє доцентрова сила такої величини, яка необхідна для руху по колу відповідного радіуса: $F_д = \rho V\omega^2 R$.

Якщо рідина неоднорідна і складається з компонентів різної густини, то після встановлення форми поверхні продовжується переміщення елементарних об'ємів компонентів у радіальному напрямі. Справа в тому, що різниця сил тиску на внутрішню і зовнішню грань частинки визначається середньою густиною емульсії: $F_д = \rho_р g\Delta hS$. Тому, якщо ця доцентрова сила забезпечує рух по колах будь-яких елементарних об'ємів емульсії ($\rho_р g\Delta hS = \rho_р V\omega^2 R$), то її величина буде недостатня для руху по колах елементарних об'ємів води ($\rho_р g\Delta hS < \rho_в V\omega^2 R$) і надто велика для того, щоб легші частинки емульсії могли рухатися по колах ($\rho_р g\Delta hS > \rho_в V\omega^2 R$). В результаті вода віддалятиметься від осі обертання, а частинки емульсії наближатимуться до неї (рис. 128).

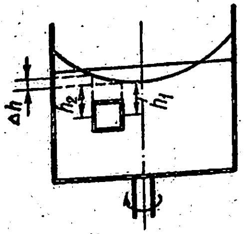


Рис. 128.

Швидкість руху частинок емульсії v_R у радіальному напрямі до осі обертання пропорціональна величині надвишку доцентрової сили $\Delta F_д$: $v_R = k\Delta F_д$, де $\Delta F_д = V\omega^2 R(\rho_р - \rho_в)$.

Тоді $\frac{v_R}{v} = \frac{\Delta F_д}{F_п} = \frac{V\omega^2 R(\rho_р - \rho_в)}{Vg(\rho_р - \rho_в)} = \frac{\omega^2 R}{g}$. Підставивши числові значення величин, матимемо: $\frac{v_R}{v} \approx 1000$, тобто компоненти емульсії біля поверхні барабана даного радіуса відокремлюються за заданої швидкості обертання в 1000 раз швидше, ніж тоді, коли емульсія відстоюється в нерухомій посудині

203. Полум'я відхиляється до центра тому, що воно має меншу густину, ніж повітря. Відомо, що при обертанні густіші речовини розташовуються далі від центра.

204. $g_м = \frac{4\pi^2 R_Ф^3}{T^2 R_М^2} \approx 3{,}9$ *м/сек²*. Р о з в'я з у в а н н я. Для тіла маси m на поверхні Марса можна записати: $mg_М = \gamma\frac{mM_М}{R_М^2}$, звідки $g_М = \gamma\frac{M_М}{R_М^2}$. Щоб визначити величину прискорення $g_М$, потрібно знати величину $\gamma M_М$. Її ми визначимо з умови руху Фобоса (рівності сили притягання Фобоса до Марса і доцентрової сили): $\gamma\frac{m_Ф M_М}{R_Ф^2} = \frac{4\pi^2 m_Ф R_Ф}{T^2}$, звідки $\gamma M_М = \frac{4\pi^2 R_Ф^3}{T^2}$. Тоді $g_М = \frac{4\pi^2 R_Ф^3}{T^2 R_М^2} \approx$ $\approx 3{,}9$ *м/сек²*.

205. Р о з в'я з у в а н н я. Позначивши через m_1 — масу цеглини, а через m_2 — масу половини цеглини, запишемо для цих тіл основне рівняння динаміки поступального руху: $P_1 = m_1 g_1$ і $P_2 = m_2 g_2$. З другого боку, $P_1 = \gamma\frac{m_1 M_З}{r^2}$ і $P_2 = \gamma\frac{m_2 M_З}{r^2}$, де $M_З$ — маса Землі. Тоді $\gamma\frac{m_1 M_З}{r^2} = m_1 g_1$ і $\gamma\frac{m_2 M_З}{r^2} = m_2 g_2$ або $\gamma\frac{M_З}{r^2} = g_1$ і $\gamma\frac{M_З}{r^2} = g_2$, тобто $g_1 = g_2$. Отже, обидва тіла упадуть одночасно. Прискорення вільного падіння в одній точці Землі для всіх тіл однакове тому, що сила притягання тіла Землею пропорціональна масі тіла.

206. $\frac{m_С}{m_З} \approx 98$. Р о з в'я з у в а н н я. Вважатимемо, що супутники обертаються навколо планет по колових орбітах. Тоді доцентрове прискорення надається силою тяжіння. Отже, для руху Діони і Місяця можна записати відповідно:

$$\gamma\frac{m_С m_Д}{R_1^2} = \frac{4\pi^2 m_Д R_1}{T_1^2} \text{ і } \gamma\frac{m_З m_М}{R_2^2} = \frac{4\pi^2 m_М R_2}{T_2^2}.$$

Поділивши почленно перше рівняння на друге, дістанемо $\frac{m_С}{m_З} =$

$$= \frac{R_1^3}{R_2^3} \cdot \frac{T_2^2}{T_1^2} \approx 98.$$

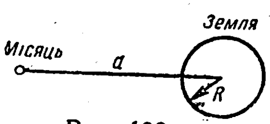


Рис. 129.

207. Розв'язування. Явище припливів і відпливів виникає внаслідок того, що дане небесне тіло (Сонце, Місяць) надає неоднакового прискорення всій земній кулі в цілому і воді, що знаходиться на її поверхні. Усій земній кулі в цілому небесне тіло надає такого прискорення, якого воно надавало б тілу, вміщеному в центрі земної кулі. Але за законом всесвітнього тяжіння, прискорення, надане тілом масою M іншому, яке знаходиться на відстані d, становить $a = \gamma \frac{M}{d^2}$. Отже, різниця прискорень води, яка знаходиться на поверхні Землі, і всієї Землі в цілому запишеться так: $\gamma \frac{M}{(d-R)^2} - \gamma \frac{M}{d^2} = \gamma \frac{M(2dR - R^2)}{d^2 (d-R)^2}$, де d — відстань від небесного тіла до центра Землі, а R — радіус Землі (рис. 129). Оскільки $R \ll d$, то наближено цю рівність можна переписати так: $2R\gamma \frac{M}{d^3}$.

Значення цієї різниці для Сонця і Місяця і визначає величину припливної дії, яку вони зумовлюють. Для Місяця ця різниця становить $2R\gamma \frac{M_М}{216 \cdot 10^3 R^3}$, а для Сонця — $2R\gamma \frac{M_С}{25^3 \cdot 10^9 R^3}$. Врахувавши, що $M_С = 27 \cdot 10^6 M_М$, знайдемо, що ця різниця для Місяця майже втричі більша, ніж для Сонця. Тому припливна дія Місяця майже втричі більша за припливну дію Сонця.

208. Розв'язування. В основу аналізу можна покласти те, що лінійна швидкість руху будь-якого супутника по орбіті обернено пропорціональна кореню квадратному з відстані супутника від планети $\left(v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}\right.$, де M — маса планети$\left.\right)$. Лінійна швидкість елементів суцільного кільця, навпаки, прямо пропорціональна їх відстані від планети ($v = 2\pi R n$).

209. $H = R\left(1 + \cos\alpha + \frac{1}{2\cos\alpha}\right)$. Розв'язування. На дільниці BCA (рис. 130) тіло рухається під дією сили тяжіння (як тіло, кинуте під кутом до горизонту). Для того щоб тіло з точки B перескочило в точку A, далекість польоту тіла по горизонталі повинна дорівнювати $2R\sin\alpha$. Для цього швидкість тіла в точці B повинна задовольняти умову $\frac{v^2 2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = 2R\sin\alpha$, звідки $v^2 = \frac{gR}{\cos\alpha}$.

З другого боку, за законом збереження енергії $\frac{mv^2}{2} = mgH - mgh$,

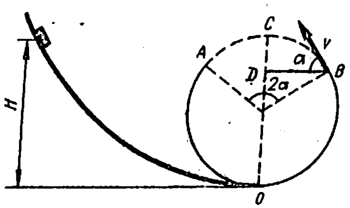


Рис. 130.

де $h = OD = R(1 + \cos\alpha)$. Звідси $H = R\left(1 + \cos\alpha + \frac{1}{2\cos\alpha}\right)$.

210. $a = 29{,}4$ м/сек². Розв'язування. В нерухомій ракеті період коливання маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Якщо ракета піднімається вгору з прискоренням, то період коливань маятника буде $T_1 = 2\pi \times \sqrt{\frac{l}{g+a}}$. Оскільки $\frac{T}{T_1} = 2$, то $\sqrt{\frac{g+a}{g}} = 2$, звідки $g + a = 4g$, $a = 3g = 29{,}4$ м/сек².

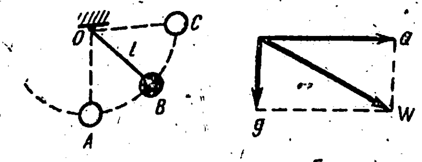
211. Зросте в 1,2 раза. Якщо прискорення буде 12 м/сек², то маятник перевернеться відносно точки підвісу і коливатиметься з періодом $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a-g}} \approx 2{,}11$ сек.

212. $T \approx 0{,}6$ сек. Розв'язування. У прискореному поступальному русі системи беруть участь і чашка, і кулька. Отже, за другим законом Ньютона, $F = (M + m)a$, де M — маса чашки, m — маса кульки. Звідси $a = \frac{F}{M+m}$. Якби чашка відносно Землі була в спокої, то період коливань кульки можна було б визначити за формулою $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{R-r}{g}}$.

Оскільки система рухається відносно Землі прискорено, то період коливань $T = 2\pi\sqrt{\frac{R-r}{g+a}}$. Підставивши значення a, дістанемо $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R-r)(m+M)}{F+(m+M)g}} \approx 0{,}6$ сек.

213. Розв'язування. Позначимо період коливання маятника літерою T, тоді з точки A (рис. 131, a) в точку C маятник потрапить через $\frac{1}{4}T$, а з точки B в точку C — за час $\frac{1}{4}T$ мінус час руху маятника з точки A в точку B. Визначимо час переміщення маятника з точки A в точку B.

Зміщення маятника записується формулою $x = A\sin\frac{2\pi}{T}t$, де A — амплітуда коливання. Оскільки за умовою задачі в точці B зміщення дорівнює $\frac{1}{2}A$, то можна записати $\frac{1}{2}A = A\sin\frac{2\pi}{T}t_1$, звідки $\frac{1}{2} = \sin\frac{2\pi}{T}t_1$. Але $\frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$, тоді $\sin\frac{\pi}{6} = \sin\frac{2\pi}{T}t_1$, або $\frac{\pi}{6} =$



а б

Рис. 131.

$= \frac{2\pi}{T} t_1$, звідки $t_1 = \frac{1}{12} T$. Тоді час, за який маятник досягне C, дорівнюватиме $t = \frac{1}{4} T - \frac{1}{12} T = \frac{1}{6} T$.

Визначимо тепер період коливання маятника в літаку, що рухається горизонтально з прискоренням a, скориставшися формулою періоду $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. Замість g треба підставити дійсне прискорення маятника. Визначимо його. Тому що прискорення руху літака збігається за напрямом з його швидкістю, а прискорення земного тяжіння спрямоване нормально до напряму руху літака (рис. 131, *б*), знайдемо результуюче прискорення $w = \sqrt{a^2 + g^2}$. (Слід зауважити, що площина коливання маятника не впливає на величину результуючого прискорення).

Отже, $T = 2\pi \sqrt[4]{\frac{l^2}{a^2 + g^2}}$, а $t = \frac{\pi}{3} \sqrt[4]{\frac{l^2}{a^2 + g^2}}$.

Шлях, пройдений літаком за час t, дорівнює

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = v_0 \frac{\pi}{3} \sqrt[4]{\frac{l^2}{a^2 + g^2}} + \frac{\pi^2}{18} \frac{l}{\sqrt{a^2 + g^2}}.$$

214. $a < \frac{P}{Q}(\omega^2 R + kg) - g$. Розв'язування. Якщо людина нерухома відносно платформи, то $\frac{P}{g}\omega^2 R = T - F_т$. Але $T - Q = \frac{Q}{g} a$, звідки $T = Q + \frac{Q}{g} a$. Враховуючи, що $F_т \leqslant kP$, можна записати $\frac{P}{g}\omega^2 R \geqslant Q + Q\frac{a}{g} - kP$. Звідси після перетворень $a < \frac{P}{Q} \times (\omega^2 R + kg) - g$.

215. $v \approx 1{,}41$ *м/сек*. Розв'язування. Взявши за розрахункові величини середні значення швидкості і радіуса, можемо записати: $F \approx \frac{mv^2}{R} = \rho \frac{v^2}{R} V = \rho \frac{v^2}{R} hS$, де S — елементарна площина, перпендикулярна до напряму радіуса, h — ширина каналу, ρ — густина води, R — середній радіус (рис. 132).

Позначивши через Δp різницю показів двох манометрів, можемо записати $\frac{1}{2}\Delta p S = F$, звідки $v = \sqrt{\frac{\Delta p R}{2\rho h}} \approx 1{,}41$ *м/сек*.

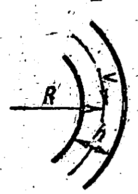


Рис. 132.

216. $p = \rho(gh + al)$. Розв'язування. Якби бак був у спокої або рухався рівномірно, то тиск на глибині h становив би $p_1 = \rho gh$.

З другого боку, якби бак рухався прискорено, а сили тяжіння не було, то тиск у точці A дорівнював би $p_2 = \rho al$. Саме такий тиск, згідно з другим законом Ньютона, надав би стовпчику рідини довжини l необхідного прискорення a.

Коли бак рухається прискорено, в полі сили

тяжіння виникає тиск p_1 і тиск p_2. Згідно з законом Паскаля, тиск у рідині однаковий в усіх напрямах. Тому тиски p_1 і p_2 додаються, і результуючий тиск у точці A $p = \rho(gh + al)$.

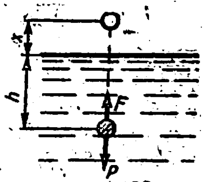


Рис. 133.

217. $t \approx 1{,}1$ *сек*. Розв'язування. На занурене у воду (рис. 133) тіло діє сила $F = gV(\rho_в - \rho_т)$.

Оскільки маса тіла $m = \rho_т V$, то за другим законом Ньютона, $gV(\rho_в - \rho_т) = \rho_т Va$, звідки прискорення руху тіла у воді

$$a = \frac{gV(\rho_в - \rho_т)}{\rho_т V} = \frac{\rho_в - \rho_т}{\rho_т} g.$$

З кінематичних умов $h = \frac{at_1^2}{2}$, де t_1 — час руху тіла від початкового положення у воді до поверхні води. Отже, $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2h\rho_т}{(\rho_в - \rho_т)g}}$.

Оскільки тіло, занурене у воду на глибину h, було в спокої, а при найбільшому піднятті над водою швидкість тіла дорівнює нулю, то робота сил, що діють на тіло, коли воно рухається у воді, дорівнює роботі сил, прикладених до тіла, коли воно рухається над водою, тобто $Vgh(\rho_в - \rho_т) = Vgx\rho_т$, звідки висота підняття тіла над поверхнею води $x = \frac{\rho_в - \rho_т}{\rho_т} h$.

Час руху над поверхнею води $t_2 = \sqrt{\frac{2x}{g}} = \sqrt{\frac{2h(\rho_в - \rho_т)}{\rho_т g}}$.

Отже, час потрібний для руху тіла від початкового положення у воді до найбільшого підйому над водою $t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2h\rho_т}{(\rho_в - \rho_т)g}} + \sqrt{\frac{2h(\rho_в - \rho_т)}{\rho_т g}}$.

Підставивши числові значення величин, дістанемо $t \approx 1{,}1$ *сек*.

218. $v_2 \approx 25$ *м/сек*. Розв'язування. Позначимо тиск, площу поперечного перерізу і швидкості руху рідини в перерізах (1) і (2) (рис. 134) через: p_1, S_1, v_1 і p_2, S_2, v_2.

Нехай за час t якась кількість фарби m внаслідок тиску переміститься в широкій частині трубки на відстань l_1.

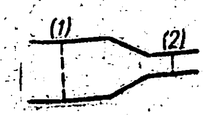


Рис. 134.

Тоді через переріз (2) за той самий час та сама маса переміститься на відстань l_2. За законом збереження енергії, для цієї маси рідини m, що протікає через перерізи (1) і (2), сума кінетичної енергії і роботи по переміщенню рідини в перерізі (1) повинна дорівнювати кінетичній енергії і виконаній роботі в перерізі (2), тобто

8* 7-231

$\frac{mv_1^2}{2} + F_1l_1 = \frac{mv_2^2}{2} + F_2l_2$, а $v_1^2 + \frac{2F_1l_1}{m} = v_2^2 + \frac{2F_2l_2}{m}$. Масу рідини можна виразити так: $m = \rho S_1l_1 = \rho S_2l_2$, де ρ — густина фарби. Звідси дістаємо $v_1^2 + \frac{2F_1}{\rho S_1} = v_2^2 + \frac{2F_2}{\rho S_2}$. Але в перерізі (2) тиск $p_2 = 0$ і, отже, $F_2 = p_2S_2 = 0$. Тоді $v_1^2 + \frac{2F_1}{\rho S_1} = v_2^2$. З умови нерозривності струмини маємо $S_1v_1 = S_2v_2$. Звідси $v_1 = v_2\frac{S_2}{S_1}$. Тоді здобуте рівняння можна переписати так:

$$v_2^2\frac{S_2^2}{S_1^2} + \frac{2F_1}{\rho S_1} = v_2^2 \text{ або } v_2^2\left(1-\frac{S_2^2}{S_1^2}\right) = \frac{2F_1}{\rho S_1}.$$

Звідси дістанемо: $v_2^2 = \frac{2F_1S_1^2}{\rho S_1(S_1^2-S_2^2)} = \frac{2F_1S_1}{\rho S_1^2\left[1-\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2\right]}$. Оскільки $\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 \ll 1$, то, нехтуючи цією величиною порівняно з одиницею, дістаємо: $v_2 = \sqrt{\frac{2F_1}{\rho S_1}} = \sqrt{\frac{2p_1}{\rho}} \approx 25$ *м/сек*.

219. Розв'язування. Розглянемо два випадки.

Перший випадок. Увесь куб занурений в рідину. Якби в цьому положенні він був у рівновазі, то виконувалася б рівність $\rho g a^2 x = P$. Оскільки поршень при цьому повинен бути в рівновазі, то сили, які діють на поршень справа і зліва, будуть рівними $\frac{a^3p_0a^2}{a^2x} = \left[p_0 + \rho g\left(y + \frac{a}{2}\right)\right]a^2$, де y — відстань рівня води до верхньої грані куба.

Розв'язавши ці два рівняння разом, дістанемо:

$$y = \frac{p_0}{\rho g}\left(\frac{\rho g a^3}{P} - 1\right) - \frac{a}{2}.$$

Звідси випливає, що цей випадок нестійкої рівноваги можливий лише тоді, коли $\frac{p_0}{\rho g}\left(\frac{\rho g a^3}{P} - 1\right) \geqslant \frac{a}{2}$.

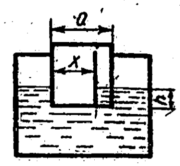


Рис. 135.

Другий випадок (рис. 135). У цьому випадку система рівнянь запишеться так: $a^3\frac{p_0a^2}{a^3x} = p_0a^3 + \rho g\frac{h}{2}$ і $\rho gaxh = P$.

Виключивши з цих двох рівнянь x, дістанемо квадратне рівняння $h^2\rho gP - 2h\rho gp_0a^3 + 2p_0aP =$

$= 0$, коренями якого будуть

$$h_1 = \frac{a^3p_0}{P} + \frac{a^3}{P}\sqrt{p_0^2 - p_0\frac{2P^2}{\rho g a^5}}, \quad h_2 = \frac{a^3p_0}{P} - \frac{a^3}{P}\sqrt{p_0^2 - p_0\frac{2P^2}{\rho g a^5}}.$$

У цьому випадку обидва розв'язки можливі, якщо $p_0 \geqslant \frac{2P}{\rho g a^3}\cdot\frac{P}{a^2}$. Рівновага буде стійкою, якщо $h = h_1$.

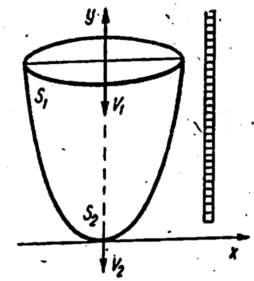


Рис. 136.

220. Розв'язування. Нарисуємо водяний годинник у вигляді посудини якоїсь форми (рис. 136). Шкала годинника буде рівномірною, якщо рівень води в посудині знижуватиметься з часом рівномірно, тобто, коли $v_1 = \text{const}$.

Запишемо умову безперервності струмини води: $S_1v_1 = S_2v_2$, де S_2 — площа поперечного перерізу отвору крізь який витікає вода. Очевидно, що $S_2 = \text{const}$. S_1 — площа вільної поверхні води в посудині, яка з часом змінюється. Позначимо через x змінний з часом радіус поверхні води S_1 (цим ми припускаємо, що форма посудини є якоюсь поверхнею тіла обертання). Тоді $S_1 = \pi x^2$.

Позначивши через y висоту опускання води в будь-який момент, можемо записати $v_2 = \sqrt{2gy}$.

Підставивши ці значення в рівняння $S_1v_1 = S_2v_2$, дістанемо $\pi x^2v_1 = S_2\sqrt{2gy}$. Звідси $y = \frac{\pi^2v_1^2}{2gS_2^2}x^4$. Оскільки $v_1 = \text{const}$ і $S_2 = \text{const}$, то $\frac{\pi^2v_1^2}{2gS_2^2} = \text{const}$. Якщо позначити цю величину через a, то $y = ax^4$, тобто форма посудини повинна описуватися цією формулою і є поверхнею обертання кривої $y = ax^4$ навколо осі OY.

221. Розв'язування. Якщо тиск газу в трубах значний, його рух можна описувати рівнянням Бернуллі й теоремою безперервності струмини:

$$p_1 + \rho\frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho\frac{v_2^2}{2} \qquad (1)$$

і

$$v_1S_1 = v_2S_2, \qquad (2)$$

де ρ — густина газу, v_1 — швидкість газу в широкій частині газометра з площею поперечного перерізу S_1, v_2 — швидкість газу у вузькій частині з площею поперечного перерізу S_2.

Маса газу, що протікає через якийсь поперечний переріз з площею S за одиницю часу, тобто $\frac{m}{t}$, є величина стала: $\frac{m}{t} = \rho\frac{V}{t} = \rho\frac{Svt}{t} = \rho Sv$. Але $S = \text{const}$, а згідно з рівнянням (2), і $Sv = \text{const}$, тому $\frac{m}{t} = \text{const}$. У зв'язку з цим відношення $\frac{m}{t}$ можна шукати для будь-якої точки газометра. Знайдемо цю величину для точки B, пам'ятаючи, що в інших точках вона така сама: $\frac{m}{t} = \rho S_2v_2$.

З рівнянь (1) і (2) знайдемо v_2: $v_1 = v_2 \frac{S_2}{S_1}$ і $v_2^2 = \frac{2}{\rho}(p_1 - p_2) + v_2^2 \frac{S_2^2}{S_1^2}$, звідки $v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)S_1^2}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$. Оскільки $S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$ і $S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$, то $\frac{m}{t} = \rho S_2 v_2 = \rho \frac{\pi}{4} d_2^2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)d_1^4}{\rho(d_1^4 - d_2^4)}}$. Звідси $m = \frac{\pi}{4} \times d_1^2 d_2^2 \sqrt{\rho \frac{2(p_1 - p_2)}{d_1^4 - d_2^4}}\, t$.

222. Клин разом з відром ковзає вздовж похилої площини з певним прискоренням. Розклавши це прискорення на горизонтальну і вертикальну складові, знайдемо, з яким прискоренням опускається відро з водою. Внаслідок того, що це відро опускається вниз з деяким прискоренням, вода з нього витікатиме повільніше. Це видно з формули Торрічеллі: $v = \sqrt{2gh}$ (для першого відра); $v = \sqrt{2(g - g_0)h}$ (для другого відра, де g_0 — прискорення, з яким опускається відро).

223. Розв'язування. Труба зможе піднятися в повітря за умови, що її вага буде зрівноважена виштовхувальною силою: $\rho_1 g\left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}\right) l = \rho_2 g \frac{\pi D^2}{4} l$, де ρ_1 і ρ_2 — густина відповідно заліза і повітря.

Оскільки $d = D - 0{,}02$, то $100\rho_2 D^2 - 4D\rho_1 + 0{,}04\rho_1 = 0$. Розв'язавши це рівняння, дістанемо $D_1 = 80$ *м* і $D_2 = 24166$ *м*.

Звертаємо увагу, що у рівнянні не враховується довжина труби, тобто при знайдених діаметрах може злітати труба довільної довжини.

224. $A = \rho gHS\left(l - \frac{3}{4}H\right)$. Розв'язування. Якщо підняти внутрішню трубу на висоту $h \leqslant \frac{1}{2}H$, ртуть заповнить її повністю, а в зовнішній трубі ртуть опуститься на таку саму висоту. Сила, необхідна для підіймання труби на висоту $\frac{1}{2}H$, збільшується при цьому пропорціонально висоті піднімання від нуля до значення ρgHS. Середня сила на цьому шляху дорівнює $\frac{1}{2}\rho gHS$, а робота $A_1 = \frac{1}{2}\rho gHS \cdot \frac{1}{2}H = \frac{1}{4}\rho gH^2S$.

Якщо далі підіймати трубку, над ртуттю утворюється торрічеллієва пустота і сила, необхідна для підіймання, залишається сталою, дорівнюючи ρgHS. Робота (до виходу труби з ртуті і виливання ртуті в зовнішню трубку) дорівнює $A_2 = \rho gHS(l - H)$.

Тоді повна робота $A = A_1 + A_2 = \rho gHS\left(l - \frac{3}{4}H\right)$.

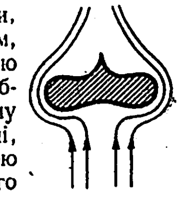


Рис. 137.

225. Розв'язування. Крапля набуває форми, показаної на рис. 137. Ця форма зумовлена тим, що повітря, обтікаючи краплю, тисне на її нижню частину і стискає її. Внаслідок того, що повітря обтікає краплю з боків, тиск повітря менший і тому виникають сили, які розтягують краплю в напрямі, перпендикулярному до напряму її руху. За краплею утворюється зона зниженого тиску, внаслідок чого крапля дещо витягується в цьому напрямі.

226. Розв'язування. 1) Воду можна перелити за допомогою всмоктування, наприклад гумовою грушею, з однієї посудини і витискання в другу. Можна використати явище інерції. Для цього треба скласти отворами порожній і наповнений водою циліндри, надати їм поступального руху в напрямі, показаному стрілкою (рис. 138), і потім раптово їх зупинити. Можна також привести циліндри в обертальний рух навколо осі, що проходить через точку *О*.

З еластичного посуду можна виливати воду, натискаючи на стінки посудини.

2) Спиртівка й свічка не горітимуть через те, що в стані невагомості відсутня конвекція повітря. Можна скористатися пальником, що працює під тиском, або електроплиткою. Воду в посудині треба помішувати. Можна нагріти воду, освітлюючи посудину промінням, ультракороткими хвилями тощо.

3) Повернути ракету можна відповідно скерованими ракетними двигунами, викидаючи якесь тіло з ракети, а також переміщенням космонавта в ракеті тощо.

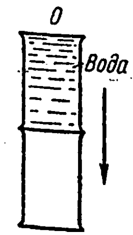


Рис. 138.

4) Тиск можна виміряти анероїдом, металевим манометром і т. ін. Температуру можна виміряти термометром, за допомогою термопари, біметалевої пластинки, термометром опору тощо.

Для вимірювання часу можна використати годинник з пружиною, електричний годинник, кварцовий тощо.

Масу тіла можна виміряти за допомогою пружинного динамометра, надавши тілу певного прискорення і за II законом Ньютона визначивши його масу. Можна скористатися калориметричним способом і т. д.

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕПЛОТА

227. $d \approx 2{,}81 \cdot 10^{-8}$ *см*. Розв'язування. Кількість молекул в одній грам-молекулі будь-якої речовини (число Авогадро) дорівнює $N = 6{,}025 \cdot 10^{23}$. Молекулярна вага кухонної солі NaCl дорівнює 58,46, отже, в одній грам-молекулі кухонної солі міститься 58,46 *г*. Тоді кількість молекул в 1 *г* солі дорівнює $\frac{6{,}025 \cdot 10^{23}}{58{,}46}$.

Враховуючи, що густина солі 2,2 *г/см³*, в 1 *см³* міститься $\frac{6{,}025 \cdot 10^{23} \cdot 2{,}2}{58{,}46} \approx 2{,}25 \cdot 10^{23}$ молекул. Розглянемо тепер у решітці один елементарний кубик, утворений сусідніми атомами. У вершинах елементарного кубика знаходяться 4 атоми хлору і чотири атоми натрію, але ці атоми належать також сусіднім восьми елементарним кубикам. Тоді неважко зрозуміти, що коли в 1 $см^3$ кухонної солі міститься $2{,}25 \cdot 10^{22}$ молекул, то кількість елементарних кубиків у цій кількості солі повинна бути вдвоє більшою, тобто $2 \cdot 2{,}25 \cdot 10^{22} = 4{,}50 \cdot 10^{22}$.

Об'єм елементарного кубика буде $\frac{1\ см^3}{4{,}50 \cdot 10^{22}}$, довжина ребра, тобто відстань між сусідніми атомами, $d = \sqrt[3]{\frac{1\ см^3}{4{,}5 \cdot 10^{22}}} \approx 2{,}81 \cdot 10^{-8}\ см.$

228. $m \approx 2{,}987 \cdot 10^{-23}\ г$; $r \approx 3 \cdot 10^{-8}\ см$. Розв'язування. Маса 1 $см^3$ води дорівнює 1 $г$, тобто становить $\frac{1}{18}$ моля води. Таким чином, в 1 $см^3$ води міститься $\frac{6{,}025 \cdot 10^{23}}{18} \approx 3{,}35 \cdot 10^{22}$ молекул води. На одну молекулу припадає об'єм $\frac{1}{3{,}35 \cdot 10^{22}}\ см^3 \approx 3 \cdot 10^{-23}\ см^3$. Вважаючи, що у воді молекули розташовані щільно одна біля одної, знайдемо, що лінійні розміри молекули води являють собою величину порядку $r = \sqrt[3]{3 \cdot 10^{-23}\ см^3} \approx 3 \cdot 10^{-8}\ см.$

Знаючи число Авогадро, можна легко визначити масу однієї молекули із співвідношення $m = \frac{\mu}{N}$, де μ — маса грам-молекули води, яка чисельно дорівнює молекулярній вазі. Підставивши числові значення, дістанемо $m \approx \frac{18\ г}{6{,}025 \cdot 10^{23}} \approx 2{,}987 \cdot 10^{-23}\ г.$

229. Розв'язування. Вагою газу ми називаємо надвишок сили тиску його на дно посудини порівняно із силою тиску, з якою газ тисне на кришку посудини. Цей надмір тиску виникає в результаті того, що молекули газу в полі тяжіння рухаються з прискоренням. Для спрощення міркувань уявимо собі, що всередині кубічного ящика, дві основи якого горизонтальні, рухається одна молекула газу. Мислено розкладемо вектор швидкості молекули на три взаємно перпендикулярні складові: на одну вертикальну, позначивши її через v, і на дві, розташовані в горизонтальній площині. Ці останні нас не цікавлять: вони зумовлюють тиск молекули на бічні стінки посудини, і поле тяжіння на них не впливає. Коли молекула ударяє в верхню або нижню стінку, знак її вертикальної складової швидкості змінюється на протилежний, отже, імпульс кожного удару є геометричною зміною кількості руху і дорівнює $mv - (mv) = 2mv$. Позначимо вертикальну складову швидкості молекули біля верхньої стінки посудини через v_1 і поблизу нижньої стінки через v_2. Тоді в результаті кожного пробігу молекули від верхньої стінки до нижньої виникає різниця тисків на ці стінки, яка дорівнює $2mv_2 - 2mv_1$.

Нехай t є час пробігу молекули від верхньої стінки до нижньої і n — кількість ударів молекули в кожну з цих стінок за 1 *сек*. Оскільки удар у кожну із цих стінок, наприклад у верхню, відбувається через проміжок часу, що дорівнює $2t$, то, очевидно,

$n = \frac{1}{2t}$. Тиск, якого зазнає нижня стінка, дорівнює $2mv_2n$, тиск на верхню стінку дорівнює $2mv_1n$, різниця їх $p_2 - p_1 = 2m(v_2 - v_1)n = m\frac{v_2 - v_1}{t}$. Але якщо g є прискорення сили тяжіння, то, очевидно, що $v_2 = v_1 + gt$, звідки $p_2 - p_1 = mg$. Отже, кожна молекула газу створює надмір тиску на дно посудини порівняно з тиском на верхню стінку її. Цей надмір тиску дорівнює вазі молекули.

230. $l_{o_м} \approx 18{,}3\ см$; $l_{o_з} \approx 28{,}3\ см$. Розв'язування. Нехай $l_{o_м}$ — довжина мідного, а $l_{o_з}$ — довжина залізного стержнів при 0° C. З умови задачі $l = l_{o_з} - l_{o_м}$, де $l = 10\ см$. Довжина цих стержнів при температурі $t°$ визначається за формулами $l_1 = l_{o_м}(1 + \alpha_м t°)$; $l_2 = l_{o_з}(1 + \alpha_з t°)$.

Знову-таки за умовою задачі $l = l_1 - l_2$. Таким чином, для знаходження двох невідомих $l_{o_м}$ і $l_{o_з}$ ми можемо написати систему двох рівнянь з двома невідомими: $l = l_{o_з} - l_{o_м}$; $l = l_{o_з}(1 + \alpha_з t°) - l_{o_м} \times (1 + \alpha_м t°)$. Розв'язуючи цю систему, дістанемо: $l_{o_м} = l\frac{\alpha_з}{\alpha_м - \alpha_з} \approx 18{,}3\ см$; $l_{o_з} = l\frac{\alpha_м}{\alpha_м - \alpha_з} \approx 28{,}3\ см.$

231. $l_0 = l_1\frac{1 + \alpha t°}{1 + \beta t°} \approx 757{,}8$ *мм рт. ст.* Розв'язування. За умовою задачі шкала вивірена при 0° C, отже, $l_1 = 760$ поділкам шкали і відповідає довжина ртутного стовпчика $l_2 = l_1(1 + \alpha t°)$.

Стовпчик ртуті висотою l_2 створюватиме тиск $p = \rho g l_2$, де ρ — густина ртуті при температурі $t° = 18°$ C. При 0° такий самий тиск створюватиме стовпчик ртуті висотою l_0; $p = \rho_0 g l_0$.

Оскільки $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta t°}$, то дійсний тиск, виражений у міліметрах ртутного стовпа, при 0° дорівнюватиме $l_0 = \frac{\rho}{\rho_0} l_2 = l_1\frac{1 + \alpha t°}{1 + \beta t°} \approx 757{,}8$ *мм рт. ст.*

232. Розв'язування. Припустимо, що температура тіла і рідини до нагрівання 0° C, тоді вага рідини в об'ємі тіла до нагрівання $P = \rho_0 V_0 g$, де V_0 — об'єм тіла, ρ_0 — густина рідини.

Об'єм тіла після нагрівання на $t°$ C збільшиться: $V = V_0(1 + \beta t°)$, де β — коефіцієнт об'ємного розширення твердого тіла.

Густина рідини після нагрівання зменшиться: $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_1 t°}$, де β_1 — коефіцієнт об'ємного розширення рідини.

Вага рідини в об'ємі тіла після нагрівання $P_1 = \rho_0 V_0 \frac{1 + \beta t°}{1 + \beta_1 t°} g$.

Отже, $P_1 < P$, якщо $\beta < \beta_1$ і $P_1 > P$, якщо $\beta > \beta_1$.

233. $\alpha \approx 18{,}5 \cdot 10^{-6}$ *град*$^{-1}$. Розв'язування. Маятник годинника можна вважати математичним, тому що за умовою він складається з тягаря малих розмірів і тонкої латунної нитки. Період коливання маятника при $t_0^\circ = 0^\circ$ С дорівнює $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$.

З підвищенням температури повітря довжина маятника збільшилась до $l_1 = l_0(1 + \alpha t^0)$. Період коливання маятника збільшився до $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t^0)}{g}}$.

Відношення періодів коливань при різних температурах дорівнює: $\frac{T_1}{T_0} = \sqrt{1 + \alpha t^\circ} \approx 1 + \frac{\alpha t^\circ}{2}$. Звідси $\frac{T_1 - T_0}{T_0} \approx \frac{\alpha t^\circ}{2}$.

Позначивши $T_1 - T_0$ через ΔT, дістанемо: $\alpha = \frac{2\Delta T}{T_0 t^\circ}$. Враховуючи, що $\frac{\Delta T}{T_0} \approx \frac{16}{24 \cdot 3600}$, дістанемо: $\alpha \approx 18{,}5 \cdot 10^{-6}$ *град*$^{-1}$.

234. Після вирівнювання температур об'єм води залишиться незмінним. Розв'язування. Позначимо через m_1, V_1 і t_1° відповідно масу, об'єм і температуру холодної води, а через m_2, V_2 і t_2° — масу, об'єм і температуру теплої води. Оскільки кількість тепла, віддана теплою водою, витрачається на нагрівання холодної води, то $m_1 c\left(t^\circ - t_1^\circ\right) = m_2 c\left(t_2^\circ - t^\circ\right)$ або $m_1\left(t^\circ - t_1^\circ\right) = m_2\left(t_2^\circ - t^\circ\right)$, де t° — остаточна температура суміші.

Холодна вода до нагрівання має густину (при температурі t°) $\rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \beta t_1^\circ}$, де ρ_0 — густина води при 0° С, а β — коефіцієнт об'ємного розширення.

Об'єм холодної води до змішування $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_1}{\rho_0}\left(1 + \beta t_1^\circ\right)$, після змішування $V_1' = \frac{m_1}{\rho_0}(1 + \beta t^\circ)$. Збільшення об'єму холодної води $V_1' - V_1 = \frac{m_1}{\rho_0}\beta\left(t^\circ - t_1^\circ\right)$. Аналогічно визначимо зменшення об'єму теплої води: $V_2 - V_2' = \frac{m_2}{\rho_0}\beta\left(t_2^\circ - t^\circ\right)$.

Враховуючи, що $m_2\left(t_2^\circ - t^\circ\right) = m_1\left(t^\circ - t_1^0\right)$, дістанемо $V_1' - V_1 = V_2 - V_2'$ або $V_2 + V_1 = V_2' + V_1'$, тобто після змішування об'єм води залишиться попереднім.

235. $x \approx 0{,}625\, h$. Розв'язування. Позначимо через ρ_1 і ρ_2 відповідно густину заліза і ртуті при температурі 0° С, а через ρ_1' і ρ_2' — густину заліза і ртуті при 100° С. З закону Архімеда випливає, що $\rho_1 h = \rho_2 \frac{5}{8} h$, звідки $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{5}{8}$. Позначимо глибину занурення паралелепіпеда при температурі 100° С через x. При цьому висота паралелепіпеда буде $h(1 + \alpha t^\circ)$. Тоді, за законом Архімеда,

$\rho_1' h(1 + \alpha t^\circ) = \rho_2' x$. Але $\rho_1' = \frac{\rho_1}{1 + 3\alpha t^\circ}$; $\rho_2' = \frac{\rho_2}{1 + \beta t^\circ}$. Тоді $x = \frac{\rho_1'}{\rho_2'} \times$
$\times (1 + \alpha t^\circ)\, h = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{1 + \beta t^\circ}{1 + 3\alpha t^\circ}(1 + \alpha t^\circ)\, h \approx 0{,}625\, h$.

236. $t^\circ \approx 182^\circ$ С. Розв'язування. Діаметр отвору змінюється так: $d_1 - d_0 = d_0 \alpha t^\circ$, звідки $t^\circ = \frac{d_1 - d_0}{d_0 \alpha} \approx 182^\circ$ С.

237. Однакові, бо пройдений тілом по дошці шлях і сила тертя тіла об дошку в обох випадках однакові.

238. Розв'язування. У першому випадку 0,5 *л* води нагрівається на кількість градусів, удвічі більшу, ніж 1 *л* води в другому випадку (95—55 = 55—15). Але нагрівання однієї і тієї самої кількості води на певну кількість градусів у межах вищих температур потребує більшої кількості теплоти. Це пояснюється зростанням втрат тепла насамперед на випаровування води, тому що інтенсивність випаровування зростає з підвищенням температури. Якщо зменшити втрати тепла на випаровування (насамперед щільно закрити посудину), то і тоді втрати тепла в першому випадку будуть вищими внаслідок інтенсивнішого охолодження посудини при вищій різниці температур посудини і навколишнього середовища. Якщо зменшити і ці втрати, ізолювавши посудину, то час нагрівання в першому випадку все рівно буде більший. Це пояснюється сповільненням процесу теплопередачі із зменшенням різниці між температурою нагрівника і посудини (оскільки в другому випадку посудина нагрівається до вищої температури). Якщо усунути і цю причину, наприклад, підвищивши температуру пальника настільки, щоб різниця між температурою пальника і посудини в обох випадках була однаковою, то перший спосіб нагрівання потребуватиме менше часу. Це пояснюється тим, що в другому випадку конвекція води починається двічі, тоді як у першому лише один раз.

239. Енергії потрібно більше для нагрівання кулі, яка стоїть на підставці. Це пояснюється тим, що внаслідок розширення при нагріванні центр ваги цієї кульки піднімається вгору і збільшується потенціальна енергія кулі. Центр ваги кульки, підвішеної на нитці, при нагріванні знижується, і для нагрівання кульки треба затратити менше енергії.

240. Як відомо, збільшення тиску веде до зниження точки плавлення льоду. При не дуже низьких температурах людина створює такий тиск, що на кристалах снігу з'являється прошарок води, який відіграє роль мастила при терті кристалів, тому скрипіння не спостерігається. При низьких температурах спостерігається сухе тертя кристалів снігу, внаслідок чого з'являється характерне скрипіння.

241. $m_1 = 0{,}75$ *г*. Розв'язування. Замерзання води відбуватиметься до тих пір, поки навколишнє середовище буде здатне поглинати виділювану теплоту плавлення. Кристалізація води припиняється, коли вся суміш виявиться нагрітою до температури плавлення, тобто до 0°. Виходячи з цього, можна записати таке рівняння теплового балансу: $\lambda m_1 = cm(0 - t^\circ)$, де m_1 — маса льоду, що утворився; λ — питома теплота плавлення льоду; m — маса води.

Звідси
$$m_1 = \frac{cm(0 - t^\circ)}{\lambda} = 0{,}75\ г.$$

242. Розв'язування. При відкачуванні повітря зростає швидкість випаровування води, вона швидко охолоджується і перетворюється в лід. Якщо початкову кількість води в посудині позначимо через m, а масу води, що випарувалася, через x, то можна записати $rx = (m - x)\lambda$, де $\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5 \frac{дж}{кг}$. Звідси $x = m\frac{\lambda}{r+\lambda} \approx$ $\approx 0{,}118\ m$. Отже, випарується приблизно 11,8% води, а решта — замерзне.

243. Розв'язування. Нагрівання при сталому тиску змушує газ розширятися. Якщо циліндр знаходиться в положенні II, то газ, розширяючись, виконує роботу по підніманню поршня, тобто по збільшенню потенціальної енергії поршня і по збільшенню потенціальної енергії самого газу, оскільки при розширенні газу в циліндрі центр ваги газу піднімається. Ця робота виконується за рахунок теплоти, яка підводиться до газу.

Якщо циліндр у положенні I, то поршень при нагріванні газу опускається. Робота по зменшенню потенціальної енергії газу і потенціальної енергії поршня здійснюється силою ваги. Із закону збереження енергії випливає, що в цьому випадку для нагрівання газу до температури T потрібно менше теплоти, ніж тоді, коли циліндр знаходиться в положенні II.

244. Видихуване повітря тепліше від поверхні руки і може її зігріти. Але якщо струмінь повітря швидко рухається, то на поверхні руки випаровується волога, внаслідок чого виникає охолодження.

245. Температура кипіння азоту значно нижча від температури долоні і азот швидко випаровується, утворюючи ніби газовий прошарок, який і оберігає руку від обмороження.

246. Кінцева температура суміші буде 0° С. **Розв'язування.** Кількість тепла, яку виділить вода, охолоджуючись до 0° С, недостатня, щоб розтопити весь лід, бо кожний грам води віддасть при цьому 209 *дж*, а щоб нагріти до 0° і розтопити 1 *г* льоду, треба затратити $2{,}09 \cdot 40 + 334{,}4 = 418$ *дж*.

З другого боку, кількість тепла, яку відбирає лід, нагріваючись до 0°, недостатня, щоб перетворити в лід усю воду, тому що для утворення кожного грама льоду потрібно 83,6 *дж*, а щоб перетворити воду в лід, потрібно відібрати від неї $209 + 334{,}4 = 543$ *дж*. В результаті в калориметрі залишається і лід, і вода, а отже, кінцева температура суміші буде 0° С.

247. Розв'язування. Кількість енергії, необхідної для утворення пухирця пари, складається з чотирьох частин:

1. Енергії, необхідної для утворення пари, яка знаходиться в пухирці: $E_1 = \lambda m$, де λ — питома теплота пароутворення при тиску $p_{атм} + \rho gh$, m — маса пари, що знаходиться в пухирці.

2. Енергії, яка витрачається на збільшення енергії поверхневої плівки рідини на величину $E_2 = 4\pi r^2 \alpha$, бо при утворенні пухирця пари поверхня рідини зростає на величину $S = 4\pi r^2$.

3. Енергії, що витрачається на збільшення потенціальної енергії води: $E_3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho gh$.

4. Енергії, що витрачається на збільшення потенціальної енергії атмосфери. Оскільки рівень води в посудині при утворенні пухирця

піднімається на величину $\Delta h = \frac{4\pi r^3}{3S}$ (де S — площа поверхні води), то при цьому виконується робота $E_4 = p_0 S\Delta h = p_0 \frac{4}{3}\pi r^3$ проти сил атмосферного тиску.

Отже, енергія, необхідна для утворення пухирця пари, дорівнює $E = \lambda m + 4\pi r^2 \alpha + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho gh + p_0 \frac{4}{3}\pi r^3$.

248. Приблизно 3,8% **Розв'язування.** Протягом часу t лампочка споживає енергію $E = Nt$. На нагрівання посудини і води в ній витрачається енергія $Q = cm\Delta t^\circ + c_1 m_1 \Delta t^\circ$, де c і m — відповідно питома теплоємність і маса води, а c_1 і m_1 — відповідно питома теплоємність і маса скла. Тоді частину енергії (в процентах), що проходить через посудину назовні, можна визначити так: $\frac{E - Q}{E} =$

$$= \frac{Nt - cm\Delta t^\circ - c_1 m_1 \Delta t^\circ}{Nt} \approx 0{,}038 \approx 3{,}8\%.$$

249. $s \approx 1{,}07$ *см*. **Розв'язування.** Відстань, що відділяє вхідний отвір від вихідного (рахуючи по дузі кола), визначимо із співвідношення $s = vt$, де v — лінійна швидкість отворів, t — час руху між стінками шини. Але $v = \omega R$, де ω — кутова швидкість руху колеса, R — відстань від вхідного отвору до осі колеса. У свою чергу $\omega = \frac{2v_1}{D}$, де D — діаметр колеса, v_1 — швидкість руху автомобіля. Тоді

$$v = \frac{2v_1 R}{D} \text{ і } s = \frac{2v_1 Rt}{D}. \qquad (1)$$

Час польоту кулі між стінками шини $t = \frac{s_2}{v_2}$, де s_2 — відстань між стінками шини, v_2 — швидкість польоту кулі між стінками шини. Ця швидкість не дорівнює швидкості кулі до того, як вона потрапила в шину, бо через тертя в стінці шини швидкість кулі зменшилась, в результаті чого виділилась певна кількість теплоти: $Q =$ $= 12{,}54$ *дж*. Тоді $\frac{mv_3^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = Q$, де v_3 — швидкість кулі до того, як вона потрапила в шину. Таким чином, $v_2 = \sqrt{v_3^2 - \frac{2Q}{m}}$, тоді $t = \frac{s_2}{\sqrt{v_3^2 - \frac{2Q}{m}}}$. Підставивши це значення t в (1), дістанемо кінцеву відповідь $s = \frac{2v_1 R s_2}{D\sqrt{v_3^2 - \frac{2Q}{m}}} \approx 1{,}07$ *см*.

250. У посудині з азотом тиск буде більший. Р о з в'я з у в а н н я. З умови задачі випливає, що в посудині з азотом знаходиться більше молів $\left(\frac{m}{28}\right)$ газу, ніж у посудині з киснем $\left(\frac{m}{32}\right)$.

Тому при однакових температурі і тиску певна маса азоту m займала б більший об'єм, ніж така сама кількість кисню.

Для того, щоб однакові маси азоту і кисню зайняли однакові об'єми, азот треба дужче стиснути.

252. $p \approx 210\,876$ $н/м^2$. Р о з в'я з у в а н н я. При спалюванні водню на одну вагову його частину припадає вісім вагових частин кисню. Отже, 2 $г$ кисню спалюють 0,25 $г$ водню. Водень, що залишився в посудині (1,75 $г$) в нормальних умовах займає об'єм $\frac{22\,400\ см^3 \cdot 1{,}75\ г}{2\ г} = 19\,600\ см^3$.

Дальший розв'язок задачі зводиться до складання рівняння стану газу: $\frac{pV}{T} = \frac{p_0V_0}{T_0}$; звідки $p = \frac{p_0V_0T}{VT_0} = 210\,876\ н/м^2$.

253. В ізобаричному процесі ($p = \mathrm{const}$) надана газові кількість теплоти Q_p витрачається на нагрівання газу на Δt° і виконання роботи розширення газу, тобто на збільшення його об'єму на $\Delta V = S\Delta l$. В ізохоричному процесі ($V = \mathrm{const}$) надана газові кількість теплоти Q_V витрачається лише н нагрівання газу на Δt°. Отже, $Q_p > Q_V$ і звідси $c_p > c_V$, якщо одна й та сама маса газу m нагрівається в обох випадках на однакову кількість градусів Δt°.

254. $m_x \approx 6{,}12$ $г$. Р о з в'я з у в а н н я. З рівняння газового стану визначимо тиск гелію, при якому стався вибух: $\frac{V_0p_0}{T_0} = \frac{Vp}{T}$, де p_0 — нормальний тиск, V_0 — об'єм при нормальному тиску і температурі $T_0 = 273^\circ$ K; $V = 600\ см^3$, $T = 673^\circ$ K.

Звідси $p = \frac{V_0p_0T}{T_0V}$.

Об'єм 2 $г$ гелію при нормальному тиску визначимо так. Молекулярна вага гелію дорівнює 4, один кіломоль займає об'єм 22,4 $м^3$. Тоді 2 $г$ гелію займуть об'єм $V_0 = 11{,}2 \cdot 10^{-3}$ $м^3$. Отже, $p = 4{,}51 \cdot 10^6\ н/м^2$.

Запас міцності п'ятикратний, тому посудина розрахована на тиск $p_1 = \frac{p}{5} \approx 0{,}902 \cdot 10^6\ н/м^2$.

Визначимо об'єм даної маси азоту при нормальному тиску температурі $T_0 = 273^\circ$ K: $\frac{V_0p_0}{T_0} = \frac{V_1p_1}{T_1}$; $V_1 = V = 6 \cdot 10^{-4}\ м^3$, $T_1 = 303^\circ$ K. Звідси $V_0 = \frac{p_1V_1T_0}{T_1p_0} \approx 4{,}9 \cdot 10^{-3}\ м^3 = 4{,}9\ л$.

Молекулярна вага азоту 28. Тоді

$$28\ кг \sim 22{,}4\ м^3,\quad m_x \sim 4{,}9 \cdot 10^{-3}\ м^3.$$

$$m_x = \frac{28кг \cdot 0{,}0049\ м^3}{22{,}4 м^3} \approx 0{,}00612\ кг.$$

Отже, в такій посудині може зберігатися $m_x \approx 6{,}12$ $г$ азоту.

255. У балоні залишилася третина початкової маси газу. Р о з в'я з у в а н н я. При постійній температурі тиск у балоні пропорціональний густині газу. Отже, $\frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$, де p_1 і p_2 — тиски газу в балоні до випускання газу і після випускання частини його, ρ_1 і ρ_2 — густини газів. Оскільки об'єм V балона залишився незмінним, то $\rho_1 = \frac{m_1}{V}$, $\rho_2 = \frac{m_2}{V}$. Отже, $\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2}$. За умовою задачі $p_2 = \frac{1}{3}p_1$, тому маємо $\frac{p_1}{\frac{1}{3}p_1} = \frac{m_1}{m_2}$, звідки $m_2 = \frac{m_1}{3}$, тобто маса газу, що залишилася в балоні, становить третину початкової маси.

256. 1) $\Delta p' = \frac{(p_0 - \rho g h_0)\,V_0}{V_0 + S\frac{h_0 - h}{2}}$; 2) $\Delta p'' = \frac{(p_0 - \rho g h_0)\,V_0}{V_0 + S\frac{h_0 + h}{2}}$. Р о з в'я з у в а н н я. Поправкою спостережуваного за допомогою даного манометра тиску буде відповідний тиск повітря, що залишилося в манометрі. У випадку, коли при вимірюваному тиску рівень ртуті в лівому коліні вищий, ніж у правому, повітря в пухирці при з'єднанні манометра з зовнішньою атмосферою займає об'єм V_0 і має тиск $p_0 - \rho g h_0$. Якщо ж при вимірюванні тиску в якійсь посудині різниця рівнів ртуті зменшується від h_0 до h, то ртуть у лівому коліні опуститься на $\frac{h_0 - h}{2}$, і новий об'єм пухирця повітря буде $V_0 + S\frac{h_0 - h}{2}$. Позначивши тиск повітря в манометрі в другому випадку через p' (з наведених вище міркувань його можна позначити через $\Delta p'$), дістанемо за законом Бойля — Маріотта $V_0(p_0 - \rho g h_0) = \left[V_0 + S\frac{h_0 - h}{2}\right]p'$, звідки $p' = \Delta p' = \frac{V_0(p_0 - \rho g h_0)}{V_0 + S\frac{h_0 - h}{2}}$. (Абсолютний тиск у посудині в цьому випадку буде $\Delta p' + \rho g h$). Аналогічно міркуючи, у випадку 2) дістанемо $p'' = \Delta p'' = \frac{(p_0 - \rho g h_0)\,V_0}{V_0 + S\frac{h_0 + h}{2}}$.

257. $h_1 = -\frac{V}{2S} + \sqrt{\frac{V^2}{4S^2} + h^2}$. Р о з в'я з у в а н н я. Оскільки сила, що діє з боку пружини на поршень, пропорціональна зміщенню поршня, то можна записати $\frac{p_1S}{p_2S} = \frac{h}{h_1}$. З другого боку, за законом Бойля — Маріотта можна записати $p_1Sh = p_2(Sh_1 + V)$. З цих двох рівнянь дістаємо квадратне рівняння: $Sh_1^2 + Vh_1 - Sh^2 = 0$. Розв'язавши це рівняння, дістанемо: $h_1 = -\frac{V}{2S} \pm \sqrt{\frac{V^2}{4S^2} + h^2}$. За

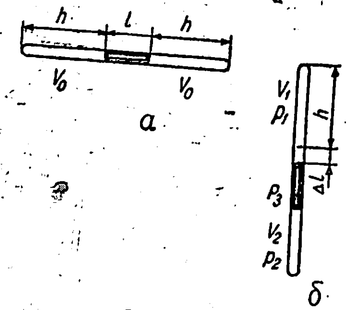


Рис. 139.

умовою задачі $h_1 > 0$, тому значення кореня треба взяти із знаком плюс, отже, $h_1 = -\frac{V}{2S} + \sqrt{\frac{V^2}{4S^2} + h^2}$.

258. $p_0 = 375$ *мм рт. ст.* Р о з в'я з у в а н н я. В положенні *а* (рис. 139) об'єм повітря буде $V_0 = Sh$, а його тиск p_0; через S позначимо площу поперечного перерізу трубки. В положенні *б* об'єм повітря у верхній частині трубки буде $V_1 = S(h + \Delta l)$; тиск p_1; у нижній частині трубки об'єм $V_2 = S(h - \Delta l)$ і тиск $p_2 = p_1 + p_3$, де p_3 — тиск, створюваний стовпчиком ртуті.

На основі закону Бойля — Маріотта можемо записати для повітря, що знаходиться у верхній частині трубки, $p_0V_0 = p_1V_1$ або

$$p_0Sh = p_1S(h + \Delta l),$$

звідки

$$p_0h = p_1(h + \Delta l). \qquad (1)$$

Аналогічно для повітря, що міститься в нижній частині трубки, запишемо: $p_0V_0 = p_2V_2$ або $p_0Sh = p_2S(h - \Delta l)$, звідки $p_0h = p_2(h - \Delta l)$. Врахувавши, що $p_2 = p_1 + p_3$, дістанемо:

$$p_0h = (p_1 + p_3)(h - \Delta l). \qquad (2)$$

З рівняння (1) випливає, що $p_1 = p_0\frac{h}{h + \Delta l}$. Підставивши це значення до рівняння (2), дістанемо: $p_0h = \left(h - \Delta l\right)\left(\frac{p_0h}{h + \Delta l} + p_3\right)$. Розв'язавши це рівняння відносно p_0, дістанемо: $p_0 = p_3\frac{(h + \Delta l)(h - \Delta l)}{2h\Delta l}$.

Підставивши числові значення величин $\left(p_3 = 200 \text{ мм рт. ст.}, h = \frac{L - l}{2} = 40 \text{ см}; \Delta l = 10 \text{ см}\right)$, дістанемо $p_0 = 375$ *мм рт. ст.*

259. $x \approx 38{,}4$ *см.* Р о з в'я з у в а н н я. У першому стані об'єм газу $V_1 = S(l - h - h_1)$, тиск $p_1 = H - h$. У другому стані об'єм газу $V_2 = S(l - h_2 - x)$, тиск $p_2 = H - x$, де S — площа перерізу трубки, H — атмосферний тиск.

Згідно з законом Бойля — Маріотта, маємо $p_1V_1 = p_2V_2$ або $(l - h - h_1)(H - h) = (l - h_2 - x)(H - x)$ або

$$x^2 - x(l - h_2 + H) + H(l - h_2) - (H - h)(l - h - h_1) = 0. \qquad (1)$$

Щоб корені цього рівняння були дійсними, повинна мати місце нерівність

$$(l - h_2 + H)^2 - 4[H(l - h_2) - (H - h)(l - h - h_1)] \geq 0. \qquad (2)$$

Якщо в цій нерівності замінимо h_1 на h_2 (за умовою $h_2 > h_1$), то множник $l - h - h_2 < l - h - h_1$, тобто $H(l - h_2) - H(l - h - h_2) >$

$> H(l - h_2) - H(l - h - h_1)$, звідки випливає, що $(l - h_2 + H)^2 - 4[H(l - h_2) - (H - h)(l - h - h_1)] < (l - h_2 + H)^2 - 4[H(l - h_2) - (H - h)(l - h - h_2)]$. Отже, якщо ми доведемо, що

$$(l - h_2 + H)^2 - 4[H(l - h_2) - (H - h)(l - h - h_2)] > 0, \qquad (3)$$

то тим більша буде величина, що стоїть у лівій частині нерівності (2).

Ліву частину нерівності можна подати в такому вигляді: $(l - h_2 + H)^2 - 4H(l - h_2) + 4H(l - h_2) - 4h(l - h - h_2) - 4hH = (l - h_2 + H)^2 + 4h^2 - 4h(l - h_2 + H) = (l - h_2 + H - 2h)^2$. Таким чином, доведена нерівність (3), а тим більше нерівність (2), тобто доведено, що за умовою цієї задачі ($H > h$; $l > h + h_2$) корені рівняння (1) дійсні.

Постає запитання, чи прийнятні обидва корені рівняння (1), чи лише один з них задовольняє умову задачі.

З умови задачі маємо $x < H$ і $x < l - h_2$; після додавання обох нерівностей дістанемо $2x < H + l - h_2$, або $x < \frac{H + l - h_2}{2}$. Це означає, що з двох коренів рівняння (1) умову задачі задовольняє лише один (що має знак мінус перед коренем), тобто остаточна відповідь буде така: $x = \frac{H + l - h_2}{2} -$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{(H + l - h_2)^2 - 4[H(l - h_2) - (H - h)(l - h - h_1)]}.$$

Підставивши числові значення, дістанемо: $x^2 - 166x + 4896 = 0$, звідки $x \approx 38{,}4$ *см.*

260. Р о з в'я з у в а н н я. Якщо банку занурити трохи глибше, то повітря в ній стиснеться і об'єм, який воно займає, зменшиться. Внаслідок цього виштовхувальна сила, що діє на банку, стане меншою за вагу банки з повітрям, яке в ній знаходиться, і банка опуститься на дно. Якщо ж банку трохи підняти, то виштовхувальна сила зросте і стане більшою за вагу банки з повітрям, а тому банка спливе.

Довгий час банка не може бути в рівновазі, бо з часом повітря, яке знаходиться в ній, розчиниться, і банка опуститься на дно.

261. $H = 20$ *м.* Рівновага нестійка. Р о з в'я з у в а н н я. Якщо занурити склянку у воду, повітря в ній стискатиметься і вода входитиме в склянку. Умовою рівноваги склянки у воді є рівність ваги склянки і виштовхувальної сили води. Вагу склянки визначимо з умови плавання її на поверхні води: $P = \rho gS(h - h')$, де S — площа поперечного перерізу склянки.

Для визначення виштовхувальної сили треба знати, який об'єм займає повітря в склянці на шуканій глибині H. Позначимо висоту стовпа повітря через x. Тоді $\rho gSx = \rho gS(h - h')$, звідки $x = h - h_1$. Запишемо закон Бойля — Маріотта для повітря в склянці, коли вона знаходиться на поверхні води і на глибині H під водою: $phS = (\rho gH + p)xS$ або $ph = (h - h')(\rho gH + p)$; звідси

$$H = \frac{p}{\rho g}\left(\frac{h}{h - h'} - 1\right) = 20 \text{ м}.$$

262. Р о з в'я з у в а н н я. Тиск повітря під відром залишається незмінним. Тому при зниженні температури об'єм повітря під від-

9 7-231

...ром також зменшується. Оскільки величина атмосферного тиску не змінюється, різниця рівнів води у водоймі і всередині відра також не змінюється. Звідси випливає, що при зниженні температури відро опуститься глибше у воду.

263. Розв'язування. Якби ліве коліно було теж відкритим, то, додавши стовпчик ртуті висотою 10 *см*, ми підняли б рівень ртуті в кожному коліні на 5 *см*. Але нам потрібно підняти рівень ртуті на 5 *см* у закритому коліні. Тиск повітря в ньому дорівнював атмосферному, а потім повинен збільшитися вдвічі. Отже, у відкритому коліні ртуть повинна стояти на 76 *см* вище, ніж у закритому, щоб разом з атмосферним створити тиск, удвічі більший за атмосферний. Тому довжина долитого стовпа ртуті повинна бути 10 *см* + 76 *см* = 86 *см*.

264. Розв'язування. Атмосферний тиск виконує роботу, надаючи масі ртуті потенціальної U і кінетичної W енергії. В обох випадках виконується однакова робота, але потенціальна енергія ртуті в лівій посудині більша, ніж у правій ($U_1 > U_2$). Тоді $W_1 < W_2$, тобто, піднімаючись, у правій посудині ртуть набуде більшої кінетичної енергії, яка перетвориться в теплоту. Отже, в правій посудині ртуть нагрівається дужче.

265. Розв'язування. Якщо піпетку витягнути з ртуті, то зовнішній тиск не може зрівноважити тиск ртуті, що залишилася, і тиск повітря, що знаходиться над ртуттю. Тому ртуть витікатиме доти, поки тиск повітря і ртуті, що залишилася, зрівноважаться атмосферним тиском 76 *см рт. ст.*

Спочатку об'єм повітря був 12,5 S і знаходився під тиском 76 *см рт. ст.* (S — переріз піпетки). Якщо висоту ртуті, що залишилася, позначити через x, то новий об'єм повітря буде $(25 - x)S$, а його тиск буде $76 - x$. За законом Бойля — Маріотта $12,5 \cdot 76 = (25 - x)\cdot(76 - x)$, звідки $x^2 - 101x + 950 = 0$ і корені $x_1 \approx 90,5$ *см* і $x_2 \approx 10,5$ *см*. Підходить лише значення другого кореня: коли настане рівновага, ртуть займатиме 10,5 *см*, а повітря $25 - 10,5 = 14,5$ *см*.

266. $x \approx 3$ *см*. Розв'язування. Коли трубка розташована відкритим кінцем догори, то об'єм частини трубки V_1, яку займає повітря, і тиск у трубці p_1 можна виразити так: $V_1 = (l - h)S$, де S — площа поперечного перерізу трубки, $p_1 = H + h$.

Коли трубка розташована відкритим кінцем донизу, то об'єм V_2, який заповнено повітрям, і тиск у трубці p_2 можна записати так: $V_2 = (l - x)S$; $p_2 = H - x$.

За законом Бойля — Маріотта $p_1V_1 = p_2V_2$ або $(l - h)S(H + h) = (l - x)S(H - x)$, звідки $x^2 - (H + l)x + h(H + h - l) = 0$.

Розв'язавши це рівняння, дістанемо: $x = \frac{H + l}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(H + l)^2 - 4h(H + h - l)}$. Другий корінь відкидаємо, бо при цьому $x > l$, що не має фізичного змісту.

Підставивши числові значення величин, дістанемо $x \approx 3$ *см*.

267. $n \approx 6,1 \cdot 10^{22}$. Розв'язування. Приведемо газ до нормального стану ($p_1 = 760$ *мм рт. ст.*, $T_1 = 273°$ K), скориставшись рівнянням стану ідеального газу $\frac{pV}{T} = \frac{p_1V_1}{T_1}$. Звідси об'єм газу в нормальних умовах буде $V_1 = \frac{pVT_1}{p_1T}$. Один кілограм-моль будь-якого газу в нормальних умовах займає об'єм 22,41 *м*³. Отже, в посудині міститься $\frac{V_1}{22,41}$ кілограм-молів вуглекислого газу, якщо V_1 виражено в *м*³. В одному кілограм-молі газу міститься $N = 6,025 \cdot 10^{26}$ молекул (число Авогадро). Тоді кількість молекул вуглекислого газу в посудині буде $n = \frac{V_1}{22,41}N = \frac{pVT_1N}{22,41T} = 6,1 \cdot 10^{22}$.

268. Повітря в посудині, розширюючись, охолоджується до температури, нижчої за температуру навколишнього середовища. Коли температура повітря знову зрівняється з температурою навколишнього середовища, тиск збільшиться.

269. $\rho_0 = \frac{(P_1 - P_2)T_1p_0}{gV_1T_0(p_1 - p_0)}$. Розв'язування. Для маси газу, що був у балоні до того, як частину його випустили, відповідно до рівняння газового стану, можна записати $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_0V_0'}{T_0}$, звідки об'єм цієї маси газу за нормальних умов $V_0' = \frac{p_1V_1T_0}{p_0T_1}$.

Аналогічно знайдемо об'єм газу, що залишився в балоні, за нормальних умов: $V_0'' = \frac{p_2V_1T_0}{T_1p_0}$. Зміна об'єму газу $\Delta V = V_0' - V_0'' = \frac{V_1T_0}{p_0T_1}(p_1 - p_2)$, а зміна маси газу в балоні $\Delta m = \frac{P_1}{g} - \frac{P_2}{g}$, де P_1 — вага балона до випускання частини газу, P_2 — вага балона після випускання частини газу.

Густина газу в нормальних умовах $\rho_0 = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{(P_1 - P_2)T_1p_0}{gV_1T_0(p_1 - p_2)}$.

270. $V' = 1830$ *л*. Розв'язування. Об'єм води, що його може витиснути стиснуте в балоні повітря, дорівнює об'ємові, який займе це повітря під тиском, створюваним стовпом води заввишки 20 *м* і атмосферним тиском при температурі 7° C. Тиск води становить 2 *ат*. Тоді з рівняння газового стану визначимо, який об'єм займе повітря при тиску $p_1 = 2$ *ат* $+ p_a = 3$ *ат*; $\frac{pV}{T} = \frac{p_1V_1}{T_1}$, звідси $V_1 = \frac{pVT_1}{p_1T} \approx 1870$ *л*. Віднявши об'єм балона, знайдемо, який об'єм води можна витиснути повітрям: $V' \approx 1870$ *л* $- 40$ *л* $= 1830$ *л*.

271. Це може бути за умови, коли над водою в обох колінах знаходиться пара води.

272. $E \approx 1,05$ *дж*. Розв'язування. Енергію, що затрачається на подрібнення води на краплі, визначимо з формули $E = \alpha(S_2 - S_1)$, де S_1 — поверхня води масою 1 *кг*, S_2 — сумарна поверхня утворених крапель. Припустивши, що вода напочатку мала форму кулі, визначимо поверхню S_1. Для цього визначимо спочатку діаметр цієї кулі D за відомою масою кулі m і густиною води ρ: $m = \rho V = \frac{1}{6}\pi\rho D^3$. Звідси $D^3 = \frac{6m}{\pi\rho}$. Тоді поверхня $S_1 = \pi D^2 =$

$= \pi \sqrt[3]{\left(\frac{6m}{\pi\rho}\right)^2}$. Сумарну поверхню утворених крапель знайдемо, помноживши поверхню однієї краплі πd^2 на кількість крапель n, яка дорівнює відношенню початкового об'єму до об'єму однієї краплі:

$$n = \frac{\frac{1}{6}\pi\rho D^3}{\frac{1}{6}\pi\rho d^3} = \frac{D^3}{d^3}.$$ Отже, $S_2 = n\pi d^2 = \pi d^2 \frac{D^3}{d^3} = \frac{\pi D^3}{d} = \frac{\pi 6m}{\pi\rho d} = \frac{6m}{\rho d}$. Підставивши значення S_1 і S_2, дістанемо: $E = \alpha\left[\frac{6m}{\rho d} - \pi\sqrt[3]{\left(\frac{6m}{\pi\rho}\right)^2}\right]$.

Підставивши числові значення величин, дістанемо: $E \approx 1{,}05$ *дж*.

273. Розв'язування. Поки свинцева куля не занурена у воду, поверхня води є частиною сферичної поверхні, центр якої збігається з центром Землі. Припустимо тепер, що маса води, яка займає місце, куди буде занурено кулю, затверділа. В такому разі не відбудеться ніяких змін у формі вільної поверхні води. Припустимо, що густина твердої сфери зросла до густини свинцю.

На частинку рідини, яка знаходиться в точці B (рис. 140), діє сила притягання Землі, напрямлена до центра Землі, і додаткова сила притягання кулі, напрямлена до центра кулі. Поверхня рідини в точці B повинна бути перпендикулярна до рівнодійної цих сил, а це означає, що рідина над кулею підніметься. Коли б куля була дерев'яною, то поверхня рідини над кулею була б угнутою.

274. $\Delta t° \approx 0{,}00017°$. Розв'язування. Коли зливаються краплі, зменшується їх поверхня, а при скороченні поверхневої плівки виконується робота за рахунок внутрішньої енергії краплі і частина енергії виділяється у вигляді теплоти. Коли зливаються дві краплі в одну, поверхня зменшується на величину $\Delta S = 2\cdot 4\pi r^2 - 4\pi R^2$, де r — радіус малих крапель, а R — великої. Об'єм великої краплі дорівнює сумі об'ємів двох малих крапель: $\frac{4}{3}\pi R^3 = 2\frac{4}{3}\pi r^3$, звідки $R = r\sqrt[3]{2}$. Підставивши це значення R у формулу для ΔS, дістанемо: $\Delta S = 2\cdot 4\pi r^2 - 4\pi r^2\sqrt[3]{4} = 4\pi r^2\left(2 - \sqrt[3]{4}\right)$.

Позначивши коефіцієнт поверхневого натягу ртуті через α, для кількості виділеної теплоти можна записати: $\Delta E = \alpha\Delta S = \alpha\cdot 4\pi r^2\left(2-\sqrt[3]{4}\right)$. Але $\Delta E = Q = cm\Delta t°$, де c — питома теплоємність ртуті, m — її маса, а $\Delta t°$ — приріст температури. Отже, $cm\Delta t° = \alpha 4\pi r^2 \times \left(2-\sqrt[3]{4}\right)$. Оскільки $m = 2\frac{4}{3}\pi r^3\rho = \frac{8}{3}\pi r^3\rho$, де ρ — густина ртуті, тоді $c\frac{8}{3}\pi r^3\rho\Delta t° = 4\pi r^2\alpha\left(2-\sqrt[3]{4}\right)$, звідки $\Delta t° = \frac{3\alpha\left(2-\sqrt[3]{4}\right)}{2rc\rho}$.

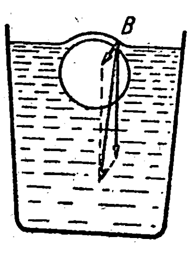


Рис. 140.

Прийнявши для ртуті $\alpha = 0{,}5$ *н/м*; $c = 138$ *дж/кг · град*; $\rho = 13\,600$ *кг/м³*, дістанемо: $\Delta t° \approx 0{,}00017°$.

275. Розв'язування. У змочуючій рідині сили поверхневого натягу дають рівнодійну, напрямлену вгору і прикладену до частинок рідини, розташованих біля ареометра. За третім законом Ньютона, на трубку ареометра повинна діяти така сама за величиною сила, але напрямлена вниз. Таким чином, ареометр повинен займати нижче положення, ніж тоді, коли немає сил поверхневого натягу. Отже, поверхневий натяг зумовлює збільшення глибини занурення ареометра в рідину, а тому значення густини будуть трохи заниженими.

276. 1) Рівновага рідини не порушиться; 2) рідина перетікатиме з A до B; 3) рідина перетікатиме по верхній трубці з A до B, а по нижній — з B до A. Розв'язування. При нагріванні циліндричної посудини з рідиною тиск на дно не змінюється, тому що одночасно із збільшенням висоти рівня рідини зменшується її густина і ці ефекти взаємно компенсуються. Тиск на стінку на рівні трубки m збільшується за рахунок переходу (внаслідок розширення) певної кількості рідини з нижньої частини посудини у верхню. Тому після нагрівання і відкривання нижньої трубки рівновага рідини не порушиться.

Якщо відкрити верхню трубку, рідина почне перетікати з нагрітої посудини в холодну.

Якщо відкрити обидві трубки одночасно, то спочатку почнеться перетікання рідини по верхній трубці з A до B, що зумовить підвищення тиску поблизу дна посудини B, а отже, і перетікання з B до A по нижній трубці.

277. $F \approx 31{,}5$ *н*. Розв'язування. Поверхня води між пластинками має циліндричну форму з радіусом кривини $R = \frac{1}{2}d$, де d — відстань між пластинками (рис. 141). Оскільки вода при цьому розтягується, то поверхневий натяг створює додатковий від'ємний тиск під циліндричною вгнутою поверхнею. Цей тиск буде $p = \frac{\alpha}{R} = \frac{2\alpha}{d}$. Отже, на площу пластинок S діє надмір зовнішнього тиску p. Тоді сила, яку потрібно прикласти, щоб відірвати пластинки одну від одної, буде $F = pS = \frac{2\alpha}{d}S \approx 31{,}5$ *н*.

278. $\alpha \approx 0{,}5$ *н/м*. Скористаємося розв'язком попередньої задачі: $F = \frac{2\alpha}{d}S$; потрібно лише пам'ятати, що в цьому випадку поверхневий тиск створює додатковий позитивний тиск. Звідси $\alpha = \frac{dF}{2S}$. Площу основи циліндричної форми, якої набуває ртуть, коли на верхню пластинку поставили тягар, визначимо з умови $m = \rho dS$, звідки $S = \frac{m}{\rho d}$. Тоді $\alpha = F\frac{d^2\rho}{2m} \approx 0{,}5$ *н/м*.

Рис. 141.

279. Р о з в'я з у в а н н я. Тиск, під яким перебуває повітря в будь-якій бульбашці, дорівнює $p = p_0 + 2\frac{2\alpha}{R}$, де p_0 — атмосферний тиск, $2\frac{2\alpha}{R}$ — додатковий тиск під кривою поверхнею. Множник 2 потрібно ставити тому, що плівка бульбашки має дві поверхні — зовнішню і внутрішню.

Щоб бульбашки були в рівновазі, тиск повітря в них повинен бути однаковим, тобто $p_0 + 2\frac{2\alpha_1}{r_1} = p_0 + 2\frac{2\alpha_2}{r_2}$, звідки $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$.

Рівновага мильних бульбашок не може бути стійкою, тому що будь-яка, навіть незначна, зміна розмірів однієї бульбашки в будь-якому напрямі призведе або до повного зникнення бульбашки, або до розширення і розривання її.

280. Р о з в'я з у в а н н я. В стані невагомості на рідину в колінах трубки діятиме лише тиск, зумовлений поверхневим натягом під кривою поверхнею, тобто $p = \frac{2\alpha}{R}$. Легко переконатися, що за різних діаметрів трубок рівновага рідини неможлива, бо $\frac{2\alpha}{R_1} \neq \frac{2\alpha}{R_2}$. Тому вода виливатиметься через вужчу трубку, а ртуть — через ширшу.

281. Р о з в'я з у в а н н я. Якщо позначити через p_0 тиск повітря в трубках, через $p_в$ і $p_р$ — тиск насиченої пари води і ртуті, а через $f_в$ і $f_р$ — тиск, зумовлений поверхневим натягом води і ртуті, то умови рівноваги рідин можна записати так:

$$p_0 + p_в + f_в + \rho_в g h_в = p_0 + p_р + f_р + \rho_р g h_р,$$

де $\rho_в$ і $\rho_р$ — густина води і ртуті відповідно.

У стані невагомості

$$\rho_в g h_в = \rho_р g h_р = 0, \text{ але } p_0 + p_в + f_в \neq p_0 + p_р + f_р.$$

В результаті зміни величин тисків $f_в$ і $f_р$, а також зміни тиску повітря, що знаходиться в обох трубках над рідинами (за законом Бойля — Маріотта), рівновага настане, коли

$$p_0' + p_в + f_в' = p_0'' + p_р + f_р',$$

Оскільки при нормальних температурах $p_в > p_р$, рівень води в лівому коліні трохи знизиться, а рівень ртуті підвищиться.

282. $Q = 2095$ *дж*. Р о з в'я з у в а н н я. Кількість води, що випарувалася, знайдемо так. Одна кілограм-молекула водяної пари займає при 0° C об'єм $V = 22{,}4$ *м*^{3}. Згідно з законом Гей-Люссака, при температурі $t_1 = 100°$ C одна кілограм-молекула водяної пари займатиме об'єм $V = V_0(1 + \alpha t_1^\circ)$. Кількість n кілограм-молекул пари в об'ємі сфери W знайдемо (нехтуючи частиною об'єму, яку

займає вода, що залишилася), поділивши W на V. Помноживши число n на молекулярну вагу μ, дістанемо масу пари

$$m_п = \mu n = \mu \frac{W}{V} = \frac{\mu W}{V_0(1 + \alpha t_1^\circ)} \approx 0{,}588 \text{ кг}.$$

Отже, частина води не випарується, тому сферу досить нагріти
до температури 100° C, при якій тиск насиченої водяної пари дорів-
нює 1 *атм*. Кількість теплоти, підведена до сфери, піде на плав-
лення 1 *кг* льоду, на нагрівання 1 *кг* води до 100° C, на випарову-
вання кількості води $m_п = 0{,}583$ *кг*, тобто $Q = m\lambda + cm(t_1^\circ - t_0^\circ) +$
$+ rm_п \approx 2095$ *дж*.

ЕЛЕКТРИКА

283. $r \approx 4{,}1$ *см*. Р о з в'я з у в а н н я. Зобразимо на рис. 142
заряджені кульки A і B в положенні рівноваги. Розглянемо умову
рівноваги кульки B. На неї діють вага P, сила кулонівського від-
штовхування F і сила реакції нитки N (на рисунку не показана).
Рівновага настане при такому положенні кульки, коли рівнодійна
всіх трьох сил буде дорівнювати нулю, тобто рівнодійна F_1 сил P
і F буде напрямленою вздовж нитки OB і зрівноважуватиметься си-
лою реакції нитки. З подібності трикутників OCB і BPF_1 випливає

$$\frac{l}{\frac{1}{2}r} = \frac{F_1}{F}. \quad (1)$$

Для спрощення дальших розрахунків треба використати очевид-
ну умову $\frac{1}{2}r \ll l$, яка випливає з того, що сили електростатичного
відштовхування швидко зменшуються із збільшенням відстані між
кульками. Таким чином, можна вважати, що в трикутнику OCB
$OC \approx l$, і замінити відношення (1) відношенням $\frac{OC}{CB} = \frac{P}{F}$ або $\frac{2l}{r} = \frac{P}{F}$.

Підставивши в цю рівність $P = mg$ і $F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ і розв'язавши
здобуте рівняння відносно r, дістанемо:

$$r = \sqrt[3]{\frac{lq^2}{2\pi\varepsilon_0 mg}} \approx 4{,}1 \text{ см}.$$

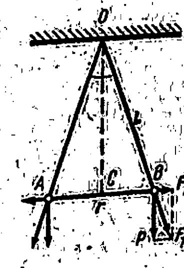


Рис. 142.

284. Кульки зіткнуться, а потім встановлять-
ся на відстані приблизно 3,15 *см*. Р о з в'я з у в а н-
н я. Кульки зіткнуться, якщо одну з них розря-
дити, а потім розійдуться на відстань r_2 (рис. 143).
Визначимо цю відстань. Виразимо силу кулонівсь-
кого відштовхування через вагу кульок: $F_1 =$
$= mg \operatorname{tg} \alpha_1$ і $F_2 = mg \operatorname{tg} \alpha_2$, звідки $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{r_1}{r_2}$,

Оскільки при зіткненні заряд q розподілиться порівну між кульками, то, за законом Кулона, можна записати $F_1 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}$ і $F_2 = \frac{\left(\frac{1}{2}q\right)}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$.

Тоді $\frac{F_1}{F_2} = \frac{4r_2^2}{r_1^2}$. Отже, можна записати $\frac{r_1}{r_2} = \frac{4r_2^2}{r_1^2}$, звідки $r_2 = \frac{r_1}{\sqrt[3]{4}} \approx 3{,}15$ *см.*

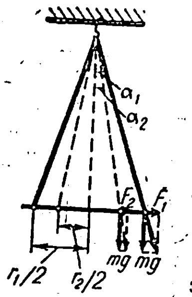


Рис. 143.

285. $r \approx 0{,}082$ *мм.* Розв'язування. Запишемо формули для сили електричного відштовхування між кульками $F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ і сили взаємного притягання між ними $F = \gamma\frac{m^2}{r^2}$. За умовою задачі ці сили рівні, тобто $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \gamma\frac{m^2}{r^2}$.

Виразивши масу краплин через їх густину і розв'язавши відносно r, дістанемо $r = \sqrt[6]{\frac{9q^2}{64\pi^3\rho^2\varepsilon_0\gamma}} \approx 0{,}082$ *мм.*

286. Можуть у тому випадку, якщо заряд однієї кульки в багато разів більший від заряду другої. Сили притягання, що виникають внаслідок електростатичної індукції, можуть при цьому перевищити сили відштовхування, оскільки відстань між однойменними зарядами перевищує відстань між різнойменними.

287. Сила взаємодії зменшиться в $\frac{F}{F_1} = \frac{q^2}{q^2 - q_1^2}$. Розв'язування. Запишемо формули для сили взаємодії до перенесення заряду q_1: $F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ і після перенесення: $F_1 = \frac{(q - q_1)(q + q_1)}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q^2 - q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Звідси $\frac{F}{F_1} = \frac{q^2}{q^2 - q_1^2}$.

288. $\varphi = 1$ *в.* Розв'язування. Потенціал, створюваний точковим зарядом або рівномірно зарядженою кулею поза нею, визначається співвідношенням

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}, \qquad (1)$$

де r — відстань від точкового заряду або від центра кулі. Тоді потенціал на поверхні кулі буде $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$, де R_1 — радіус кулі.

Якщо n однакових крапель об'ємом V_1 кожна зливаються в одну кулясту краплю, то її об'єм буде nV_1, заряд $Q = nq$. Очевидно,

що $\frac{4}{3}\pi R^3 = n\frac{4}{3}\pi R_1^3$, звідки $R = \sqrt[3]{n}R_1$, де R_1 — радіус малої краплі, а R — радіус великої краплі. Звідси, згідно із співвідношенням (1), потенціал великої краплі

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{nq}{4\pi\sqrt[3]{n}R_1\varepsilon_0} = \frac{n}{\sqrt[3]{n}}\varphi_1 = 1\ в.$$

289. Розв'язування. Після з'єднання провідником кульки будуть заряджені до потенціалу φ_3. Запишемо закон збереження енергії для цього випадку: $\frac{r_1\varphi_1^2}{2} + \frac{r_2\varphi_2^2}{2} = \frac{r_1\varphi_3^2}{2} + \frac{r_2\varphi_3^2}{2} + E$, де E — кількість енергії, що виділилася в провіднику.

Крім того, можна записати: $r_1\varphi_1 + r_2\varphi_2 = (r_1 + r_2)\varphi_3$. Виключивши з цих рівнянь φ_3, дістанемо: $E = \frac{r_1\varphi_1^2}{2} + \frac{r_2\varphi_2^2}{2} - \frac{(r_1\varphi_1 + r_2\varphi_2)^2}{2(r_1 + r_2)}$.

Після зведення до спільного знаменника дістанемо: $E = \frac{r_1 r_2}{2(r_1 + r_2)} \times (\varphi_1 - \varphi_2)^2$.

290. Це справедливо лише для опуклої поверхні. На вгнутій поверхні поверхнева густина заряду більша там, де менша кривина поверхні.

291. $F = \frac{q^2}{32\pi\varepsilon_0 a^2}(2\sqrt{2} - 1)$. Розв'язування. Заряд q індукує на поверхні півплощин заряди протилежного знака, які створюють разом з цим зарядом у просторі між півплощинами електричне поле, в якому поверхня AOB еквіпотенціальна (рис. 144). Якщо замінити металеві півплощини такою системою точкових зарядів, які разом з зарядом q створювали б поле такої самої конфігурації, то задачу можна було б розв'язати на основі закону Кулона. Таку систему зарядів становлять заряди q_1, q_2 і q_3 ($q_1 = -q$) — «дзеркальне відображення» заряду q відносно площини AA', $q_2 = -q$ — «дзеркальне відображення» заряду q відносно площини BB', $q_3 = q$ — «дзеркальне відображення» заряду q_2 відносно площини AA' чи заряду q_1 відносно площини BB'. Шукану силу F знайдемо як рівнодійну сил F_1, F_2 і F_3, що діють на заряд q з боку зарядів q_1, q_2 і q_3.

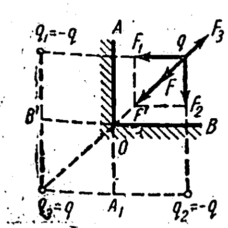


Рис. 144.

Сили $F_1 = F_2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2a)^2}$; $F_3 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2\sqrt{2}a)^2}$. Векторна сума сил F_1 і F_2 буде $F' = F_1\sqrt{2} = \frac{q^2\sqrt{2}}{16\pi\varepsilon_0 a^2}$. Тоді шукана сила $F = F' - F_3 = \frac{q^2}{32\pi\varepsilon_0 a^2}(2\sqrt{2} - 1)$.

292. Розв'язування. Поле конденсатора однорідне, тому електрон проходить різ-

ницю потенціалів $\frac{1}{2}U$. Отже, енергія електрона збільшилась на $\frac{1}{2}qU$.

293. Розв'язування. Електростатичне поле конденсатора є потенціальним. Його повна робота над електроном коли останній проходить замкнутий шлях, дорівнює нулю. Сила, з якою магнітне поле діє на рухомий електрон, в усіх випадках напрямлена перпендикулярно до вектора швидкості руху електрона і ому роботи не виконує. Отже, кінетична енергія електрона за кожний оберт збільшуватися не буде. Тому цей пристрій не може бути прискорювачем.

294. $v = e\sqrt{\frac{4+\sqrt{2}}{8\pi\varepsilon_0 ma}}$. Розв'язування. Залишені самі на себе всі чотири електрони почнуть рухатися і переміститься на безмежність. Потенціальна енергія, яку мали чотири електрони, знаходячись у вершинах квадрата, повністю перейде в кінетичну енергію. Із симетрії випливає, що гранична швидкість усіх електронів буде однакова. Тому $E_n = 4\frac{mv^2}{2} = 2mv^2$, де m — маса електрона, а v — його максимальна швидкість. Звідси $v = \sqrt{\frac{E_n}{2m}}$.

Оскільки точковий заряд q, вміщений у поле іншого точкового заряду q', має потенціальну енергію $E_n = q'\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, де r — відстань між зарядами, то потенціальна енергія E_m одного електрона, що знаходиться у вершині квадрата, буде:

$$E_m = -e\left(\frac{-e}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{-e}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{-e}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}\right) = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a}(4+\sqrt{2}).$$

Загальна потенціальна енергія кількох електричних зарядів дорівнює півсумі потенціальних енергій окремих зарядів, тому $E_n = \frac{1}{2}4E_m = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}(4+\sqrt{2})$. Тоді $v = e\sqrt{\frac{4+\sqrt{2}}{8\pi\varepsilon_0 ma}}$.

295. $U \approx 480\,000$ *в*. Розв'язування. Стовпчик ртуті в трубці і фольгу можна розглядати як обкладки конденсатора. Перенесений порцією ртуті заряд $Q_i = C_iU$.

Напруга U, до якої заряджається конденсатор, дорівнює е. р. с. батареї E. Ємність конденсатора обчислюємо за формулою плоского конденсатора $C_i = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S_i}{d}$, де $S_i = \pi(a+d)l_i$, причому l_i означає висоту стовпчика ртуті.

Тепер можна написати $Q_i = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\pi(a+d)l_i}{d}E$.

Повний заряд, перенесений на кулясту посудину, буде:

$$Q = \Sigma Q_i = \sum\frac{\pi\varepsilon\varepsilon_0(a+d)l_i}{d}E = \frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon(a+d)E}{d}\Sigma l_i.$$

Для визначення Σl_i враховуємо, що об'єм кулі складається з суми об'ємів послідовних стовпчиків ртуті: $\frac{4}{3}\pi R^3 = \sum\frac{1}{4}\pi a^2 l_i = \frac{\pi}{4}a^2\Sigma l_i$. Звідси $\Sigma l_i = \frac{16}{3}\frac{R^3}{a^2}$.

Тепер $Q = \frac{\pi\varepsilon\varepsilon_0(a+d)E}{d}\cdot\frac{16}{3}\frac{R^3}{a^2} = \frac{16\pi\varepsilon\varepsilon_0(a+d)ER^3}{3a^2d}$.

Розглядаючи кулясту посудину як кульовий конденсатор, можемо записати $C = 4\pi\varepsilon_0 R$.

Тоді шукана напруга $U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{4\varepsilon(a+d)ER^2}{3a^2d} \approx 480\,000$ *в*.

296. $\varphi_1-\varphi_2 \approx 71$ *в*; $v_1 \approx 3{,}53\cdot10^5$ *м/сек*. Розв'язування. Для того, щоб електрон долетів до негативно зарядженої пластинки, його кінетична енергія повинна бути не менша за роботу, яку треба затратити на переміщення електрона в електричному полі: $\frac{mv^2}{2} > e(\varphi_1-\varphi_2)$, звідки $\varphi_1-\varphi_2 < \frac{mv^2}{2e} \approx 71$ *в*.

Так само для руху іона ртуті можна записати $q(\varphi_1-\varphi_2) = \frac{m_1v_1^2}{2}$, звідки $v_1 = \sqrt{\frac{2q}{m_1}(\varphi_1-\varphi_2)} \approx 3{,}53\cdot10^5$ *м/сек*.

297. $s\approx0{,}6$ *мм*. Розв'язування. Сила електричного поля в зазорі між пластинами конденсатора діє на електрон у вертикальному напрямі і, отже, не може змінити руху електрона в горизонтальному напрямі. У горизонтальному напрямі вздовж пластин на електрон не діє жодна сила, і, отже, в цьому напрямі він рухатиметься рівномірно з швидкістю v, з якою він влітає в конденсатор. Звідси можна визначити час пролітання електрона через конденсатор: $t = \frac{l}{v}$, де l — довжина пластин конденсатора.

У вертикальному напрямі на електрон діє сила $F = eE$, де e — заряд електрона і E — напруженість поля в конденсаторі, яка дорівнює $E = \frac{U}{d}$, де U — різниця потенціалів на пластинах конденсатора і d — відстань між пластинами. Сила F створює прискорення електрона $a = \frac{F}{m} = \frac{eU}{md}$.

Оскільки у вертикальному напрямі рух буде рівноприскореним (без початкової швидкості), то за час t в цьому напрямі буде пройдено шлях $s = \frac{at^2}{2}$. Підставивши сюди знайдені раніше значення a

і t, матимемо: $s=\frac{e}{2m}\cdot\frac{U}{d}\cdot\frac{l^2}{v^2}$. Підставивши числові значення величини, дістанемо: $s\approx 0{,}6$ *мм*.

298. $U<22{,}775$ *в*; $v'=8\cdot 10^6$ *м/сек*. Розв'язування. Якщо на пластини конденсатора подати напругу U, то в просторі між пластинами виникає однорідне електричне поле напруженості $E=\frac{U}{d}$. На електрон, що влітає в це поле, діятиме стала сила $F=eE=\frac{eU}{d}$, тому під дією цієї сили електрон за час t зміститься на відстань $s=\frac{at^2}{2}$. Прискорення руху електрона $a=\frac{F}{m}=\frac{eU}{md}$, час, протягом якого електрон пролітає між пластинами, $t=\frac{l}{v}$, тоді

$$s=\frac{1}{2}\frac{eU}{md}\cdot\frac{l^2}{v^2}. \qquad (1)$$

Для того щоб електрон, відхиляючись, не потрапив на пластину конденсатора, повинна виконуватися умова $s<\frac{1}{2}d$; тоді $\frac{eU}{2md}\cdot\frac{l^2}{v^2}<\frac{d}{2}$, звідки $U<\frac{m}{e}\left(\frac{dv}{l}\right)^2\approx 22{,}775$ *в*. Позначимо через v' швидкість електрона у випадку, коли він потрапляє на пластину на відстані 1 *см* від її краю. Тоді в попередню формулу треба замість l підставити $l'=l-1$ *см*. Отже, можна записати: $\frac{eU}{2md}\frac{(l')^2}{(v')^2}=\frac{d}{2}$, звідки $v'=\frac{l'}{d}\sqrt{\frac{eU}{m}}$. Скориставшись рівнянням (1), дістанемо $v'=\frac{l'}{d}\times\sqrt{\frac{m}{e}\left(\frac{dv}{l}\right)^2\frac{e}{m}}=\frac{l'}{l}v=8\cdot 10^6$ *м/сек*.

299. $x=\frac{\varepsilon h(E_{пр}d-U)}{E_{пр}d(\varepsilon-1)}$. Розв'язування. Початкова ємність конденсатора $C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 hl}{d}$, де l — ширина пластин. Заряд на конденсаторі $q=CU=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 hlU}{d}$. Нехай верхній кінець пластин піднявся на висоту x над рівнем рідини. Тоді ємність конденсатора буде $C'=C_в+C_р=\frac{\varepsilon_0 lx}{d}+\frac{\varepsilon\varepsilon_0 l(h-x)}{d}$, де $C_в$ — ємність верхньої частини конденсатора, $C_р$ — ємність нижньої його частини, яка знаходиться в рідині.

Оскільки заряд конденсатора не змінився, то напруга на пластинах зросте до величини $U'=\frac{q}{C'}=\frac{\varepsilon Uh}{x+\varepsilon(h-x)}$.

Напруженість поля у верхній частині конденсатора буде:

$$E=\frac{U'}{d}=\frac{\varepsilon Uh}{d[x+\varepsilon(h-x)]}.$$

Пробій станеться, коли $E=E_{пр}$, тобто $E_{пр}=\frac{\varepsilon Uh}{d[x+\varepsilon(h-x)]}$. Розв'язавши це рівняння відносно x, дістанемо $x=\frac{\varepsilon h(E_{пр}d-U)}{E_{пр}d(\varepsilon-1)}$.

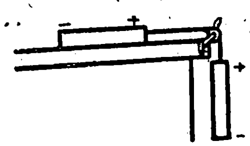


Рис. 145.

300. $v\approx 0{,}03$ *см/сек*. Розв'язування. Виділимо ділянку провідника, довжина якої чисельно дорівнює середній швидкості напрямленого руху електронів. Об'єм цієї частини провідника vS, кількість вільних електронів у цьому об'ємі nSv, їх заряд $nSve$. Усі вільні електрони через 1 *сек* потраплятимуть з цього об'єму в сусідню частину провідника, пройшовши через поперечний переріз його. Отже, сила струму в колі буде $I=\frac{q}{t}=nvSe$, звідки $v=\frac{I}{nSe}\approx 0{,}03$ *см/сек*.

301. Розв'язування. За другим законом Ньютона, визначимо прискорення системи: $a=\frac{mg}{m+m}=\frac{1}{2}g$.

У процесі руху в стержнях (рис. 145) виникне такий зрівноважений стан, за якого внаслідок перерозподілу зарядів усередині стержнів вільні електрони теж рухатимуться з прискоренням, що дорівнює прискоренню руху стержнів. У горизонтальному стержні при цьому виникне електричне поле, напруженість якого можна обчислити з рівняння $m_e a=eE$, де e — заряд електрона, m_e — його маса. Врахувавши, що $a=\frac{1}{2}g$, дістанемо $E=\frac{m_e g}{2e}$, тоді шукана різниця потенціалів між кінцями горизонтального стержня буде $\varphi_1-\varphi_2=\frac{m_e g}{2e}l$.

Для вертикального стержня потрібно записати $m_e(g-a)=eE$, звідки $E=\frac{m_e g}{2e}$. Таким чином, різниця потенціалів між кінцями вертикального стержня теж буде $\varphi_1-\varphi_2=\frac{m_e g}{2e}l$.

302. $A_{мех}\approx 1{,}73\cdot 10^{-8}$ *дж*. Розв'язування. Механічна робота в обох випадках повинна дорівнювати зміні енергії конденсаторів і втратам на нагрівання.

Якщо пластини висувають з конденсаторів одночасно, то струму в колі, що з'єднує конденсатори, не буде, і вся виконана робота піде на збільшення енергії конденсаторів. Якщо пластини висувати по черзі, то заряди перерозподілятимуться між конденсаторами ми, і в колі проходитиме струм. Механічна робота буде затрачена не лише на збільшення енергії конденсаторів, а й на нагрівання. Оскільки остаточна ємність і заряд конденсаторів в обох випадках однакові, то різниця робіт у цих випадках дорівнює повним втратам на нагрівання (коли неодночасно висувають пластини). Визначимо струм, що проходить по колу, якщо висувають лише одну пластину. Позначимо повний заряд на конденсаторах $2Q$. Він не змінюється, тому що коло замкнуте; перерозподіл зарядів припиняється, коли зрівняються різниці потенціалів на обох конденсаторах. Отже, $Q_1 + Q_2 = 2Q$; $\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$.

Звідси

$$Q_1 = 2Q\frac{C_1}{C_1+C_2} \text{ і } Q_2 = 2Q\frac{C_2}{C_1+C_2}.$$

Тоді

$$\Delta Q = 2Q\frac{C_1-C_2}{C_1+C_2} \text{ і } I = \frac{\Delta Q}{t} = \frac{2Q}{t}\frac{C_1-C_2}{C_1+C_2}.$$

Такої самої величини струм проходить у колі, коли висовують другу пластину. Отже, $A_{мех} = 2\left(\frac{\Delta Q}{t}\right)^2 Rt = 2\frac{(\Delta Q)^2}{t}R$; $C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$; $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$; $Q = C_1 U$.

Підставивши значення величин, дістанемо $A_{мех} = 8\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1}\right)^2 \times \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\right)^2\frac{RU^2}{t} \approx 1{,}73\cdot 10^{-8}$ *дж*.

303. $R_{AB} = \rho\frac{(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b+2\sqrt{a^2+b^2}}$;

$R_{DC} = \rho\frac{2ab+(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b+2\sqrt{a^2+b^2}}$.

Розв'язування. Оскільки ділянки ADB і ACB з'єднані паралельно, то

$$R_{AB} = \frac{1}{\frac{2}{r_a+r_b}+\frac{1}{r_c}} = \frac{(r_a+r_b)r_c}{r_a+r_b+2r_c},$$

де $r_a = \rho a$, $r_b = \rho b$, $r_c = \rho\sqrt{a^2+b^2}$. Підставивши ці значення, матимемо:

$$R_{AB} = \rho\frac{(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b+2\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Опір між точками C і D знайдемо, розглянувши струми, що проходять по вітках кола (рис. 64). На підставі симетрії робимо висновок, що струми в провідниках DB і AC, а також AD і BC

рівні, причому струм у провіднику AC дорівнює $I_1 + I_2$, тому що сума сил струмів у вузлі A дорівнює нулю.

На ділянці DAC $(I_1 + I_2)r_b + I_1 r_a = U_{DC}$, а на ділянці $DABC$ $2(I_1 + I_2)r_b + I_2 r_c = U_{DC}$.

Звідси

$$I_1 = \frac{r_b+r_c}{2r_ar_b+r_br_c+r_ar_c}U_{DC} \text{ і } I_2 = \frac{r_a-r_b}{2r_ar_b+r_ar_c+r_br_c}U_{DC}.$$

Шуканий опір

$$R_{DC} = \frac{U_{DC}}{2I_1+I_2} = \frac{2r_ar_b+r_c(r_a+r_b)}{r_a+r_b+2r_c} = \rho\frac{2ab+(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b+2\sqrt{a^2+b^2}}.$$

304. $I = \frac{Ehl\varepsilon_0}{d}(\varepsilon-1)$. Розв'язування. Оскільки щосекунди рівень діелектрика знижується на h, то зміна ємності конденсатора за 1 *сек* буде:

$$C_1 - C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 hl}{d} - \frac{\varepsilon_0 hl}{d} = \frac{\varepsilon_0 hl}{d}(\varepsilon-1).$$

Зміна заряду конденсатора за одиницю часу, тобто сила струму $I = E(C_1 - C_2) = \frac{Ehl\varepsilon_0}{d}(\varepsilon-1)$.

305. $I = \frac{Ehl\varepsilon_0(\varepsilon-1)}{d+\varepsilon_0 Rhl(\varepsilon-1)}$. Задача розв'язується аналогічно попередній, але для сили струму треба записати $I = U(C_1 - C_2)$, де

$$U = E - IR, \text{ а } I = \frac{Uhl\varepsilon_0}{d}(\varepsilon-1).$$

Підставивши у формулу для I значення U і розв'язавши здобуте рівняння відносно I, дістанемо $I = \frac{Ehl\varepsilon_0(\varepsilon-1)}{d+\varepsilon_0 Rhl(\varepsilon-1)}$.

306. $N_1 = 8{,}2$ *вт*; $N_2 = 12$ *вт*; $x = 2$ *км*. Розв'язування. Опір лінії перед коротким замиканням позначимо через R_1, після замикання — через R_2 і силу струму до замикання і після — відповідно через I_1 і I_2.

$$R_1 = \rho\frac{2l}{S} = 360 \text{ ом}; \quad I_1 = \frac{U}{R+R_1} = 0{,}1 \text{ а}.$$

Тоді потужність, споживана сигнальним пристроєм, $N_1 = I_1^2 R = 8{,}2$ *вт*, а потужність батареї $N_2 = I_1^2(R + R_1 + r) = 12$ *вт*. Електрорушійна сила батареї $E = I_1(R + R_1 + r) = 120$ *в*.

Позначимо через x відстань від батареї до місця, де сталося коротке замикання. Тоді $I_2 = \frac{E-U'}{r}$, але $U' = I_2R_2 = I_2\rho\frac{2x}{S} = \rho\frac{2x}{S}\frac{E-U'}{r}$. Звідси $x = \frac{U'rS}{2\rho(E-U')} = 2$ *км*.

307. Довжина вугільного стержня повинна бути в 22,5 раза більша за довжину залізного. Р о з в'я з у в а н н я. Оскільки вугілля має від'ємний температурний коефіцієнт опору, то умовою незалежності загального опору від температури є рівність (за абсолютною величиною) приростів опору стержнів при зміні температури, тобто $\rho_1 \frac{l_1}{S} \alpha_1 t^\circ = \rho_2 \frac{l_2}{S} \alpha_2 t^\circ$. Звідси $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\rho_2 \alpha_2}{\rho_1 \alpha_1} = 22{,}5$.

308. Р о з в'я з у в а н н я. Безпосередньо визначити струм у будь-якій вітці цієї схеми не можна, бо невідомий розподіл напруги на окремих ділянках кола. Тому треба спочатку визначити еквівалентний опір усієї схеми, що дасть змогу знайти струм у нерозгалуженій частині кола, тобто в опорах r_1 і r_2. Еквівалентний опір усієї схеми знаходимо, поступово спрощуючи схему (рис. 146). Для цього замінюємо опори окремих дільниць, починаючи з найбільш віддалених, еквівалентними опорами:

$$r_{FD} = \frac{(r_9 + r_{10})\, r_8}{r_9 + r_{10} + r_8} = 10\ ом;\quad r_{FD} + r_7 = 12\ ом;$$

$$r_{CD} = \frac{(r_{FD} + r_7)\, r_4}{r_{FD} + r_7 + r_4} = 6\ ом;\quad r_{DA} = r_{CD} + r_6 + r_5 = 8\ ом;$$

$r_{AB} = \frac{r_{DA} r_3}{r_{DA} + r_3} = 4\ ом$ і, нарешті, еквівалентний опір усієї схеми $r = r_{AB} + r_1 + r_2 = 5\ ом$.

Отже, струм у нерозгалуженій частині кола $I = I_1 = I_2 = \frac{U}{r} = 46\ а$. Тепер можна знайти напругу між вузловими точками A і B: $U_{AB} = U - I(r_1 + r_2) = 184\ в$ і струм на дільниці r_3:

$$I_3 = \frac{U_{AB}}{r_3} = 23 а.$$

Для вузла A можна записати $I_5 = I - I_3 = 23\ а$.

Тепер визначимо напругу і струм між вузловими точками C і D: $U_{CD} = U_{AB} - I_5 (r_5 + r_6) = 138\ в$; $I_4 = \frac{U_{CD}}{r_4} = 11{,}5 а$.

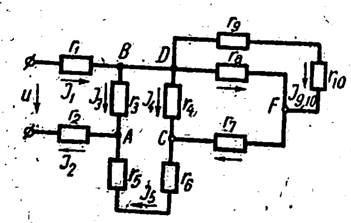


Рис. 146.

Для вузла C можна записати $I_7 = I_5 - I_4 = 11{,}5 а$.

Продовжуючи аналогічні розрахунки, дістанемо: $U_{FD} = U_{CD} - I_7 r_7 = 115\ в$; $I_8 = \frac{U_{FD}}{r_8} = 7{,}7\ а$; $I_{9,10} = I_7 - I_8 = 3{,}8\ а$ або $I_{9,10} = \frac{U_{FD}}{r_9 + r_{10}} = 3{,}8\ а$.

309. $R_x \approx 35\,300\ ом$; $U_2 = 220\ в$. Р о з в'я з у в а н н я. Струм у колі $I = \frac{U}{R_x + r}$, де r — внутрішній опір вольтметра. Цей струм зумовить відхилення стрілки вольтметра, що відповідає напрузі на його затисках: $U_1 = Ir = \frac{U}{R_x + r} r$, звідки знайдемо $R_x = \frac{U - U_1}{U_1} r = \left(\frac{U}{U_1} - 1\right) r$. Опір вольтметра $r = \frac{U_н}{I_н}$, тоді шуканий опір $R_x = \left(\frac{U}{U_1} - 1\right)\frac{U_н}{I_н} \approx 35\,300\ ом$. Якщо $R_x = 0$, то вольтметр показуватиме 220 $в$.

310. $R_x = 32\ ом$. Р о з в'я з у в а н н я. Оскільки напруга на окремих дільницях послідовного кола провідників пропорціональна опорам цих дільниць, можна записати: $\frac{U_{AB}}{U_{BC}} = \frac{R}{R_x}$, звідки $R_x = R \frac{U_{BC}}{U_{AB}} = 32\ ом$.

Вказівка, що опір вольтметра дуже великий, дає змогу не враховувати струм, що відгалужується в увімкнутий вольтметр, і вважати, що за будь-якого замикання ключа через R_x і R йде струм однакової сили.

311. $I_1 \approx 0{,}028\ а$; $U \approx 20\ в$. Р о з в'я з у в а н н я. До вмикання в коло вольтметра амперметр показує $I = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} = 0{,}018\ а$. Після вмикання вольтметра величина струму в колі буде $I_1 = \frac{E}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2 + r} \approx 0{,}028\ а$, де R_3 — опір вольтметра. Тоді вольтметр показуватиме спад напруги на опорі $\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$, тобто $U = I_1 \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \approx 20\ в$.

312. Повзунок слід розмістити на відстані $x \approx 0{,}707\ l$ від точки A. Р о з в'я з у в а н н я. Оскільки напруга U_{AC} вдвічі менша, ніж U_{AB}, то, значить, опір розгалуженої частини між A і C також повинен становити половину всього опору між A і B або дорівнювати опорові частини провідника BC. Якщо позначити відстань AC через x і BC через $l - x$, то опори цих дільниць будуть $R_{AC} = R_{AB} \frac{x}{l}$ і $R_{CB} = R_{AB} \frac{l - x}{l}$.

Опір розгалуженої дільниці від A до C (враховуючи опір R) буде:

$$R_{розг} = \frac{R \cdot R_{AC}}{R + R_{AC}} = \frac{500 \cdot 1000 \frac{x}{l}}{500 + 1000 \frac{x}{l}}.$$

Цей опір повинен дорівнювати опорові $R_{CB} = 1000 \frac{l - x}{l} = 1000 \left(1 - \frac{x}{l}\right)$.

10 7-231

Позначивши $\frac{x}{l}=y$, складемо рівняння $\frac{500 \cdot 1000y}{500 + 1000y} = 1000(1-y)$,
звідки $y^2 = 0{,}5$ і $y \approx 0{,}707$, тобто повзунок C потрібно встановити на відстані $x \approx 0{,}707l$ від точки A.

313. $v \approx 6{,}8 \cdot 10^{-5}$ *м/сек*. Розв'язування. Сила струму в колі може бути визначена із співвідношення $I = \frac{Q}{t}$, де Q — кількість електрики, що проходить через поперечний переріз провідника за t *сек*. Нехай в одиниці об'єму провідника міститься n вільних електронів. Тоді в об'ємі V провідника буде nV вільних електронів. Але $V = lS$, де S — площа поперечного перерізу провідника, а l — довжина частини провідника. Нехай за t *сек* через переріз провідника проходять усі вільні електрони, що знаходяться в цьому об'ємі V. Тоді $Q = enV = enlS$, де e — заряд електрона. Звідси $I = \frac{Q}{t} = enS\frac{l}{t}$. Але $\frac{l}{t} = v$ — середня швидкість упорядкованого руху вільних електронів по провіднику під дією електричного поля джерела напруги. Отже, $I = enSv$, звідки $v = \frac{I}{enS}$. Враховуючи, що $S = \frac{\pi d^2}{4}$, маємо $v = \frac{4I}{\pi d^2 ne}$, де d — діаметр провідника.

У правій частині останньої рівності відомі всі величини, крім кількості вільних електронів в одиниці об'єму провідника n. Цю величину можна визначити так. Позначимо атомну вагу речовини (у цьому разі — срібла) через A. В одному грам-атомі (Ag) міститься N атомів, а значить, і N вільних електронів (для одновалентних металів), де N — число Авогадро. Отже, в 1 *г* такої речовини міститься $\frac{N}{A}$ вільних електронів, а в 1 *см*^{3} — $n = \frac{N}{A}\rho$ вільних електронів, де ρ — густина речовини. Тоді $v = \frac{4IA}{\pi d^2 eN\rho} \approx 6{,}8 \cdot 10^{-5}$ *м/сек*.

314. $I \approx 0{,}81$ *а*; $R = 125$ *ом*. Розв'язування. Запишемо закон Ома для обох випадків: $I = \frac{U_1}{\frac{R_1 R}{R_1 + R}} = U_1\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right)$ і $I = U_2\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_2}\right)$. Прирівнявши праві частини цих рівностей і розв'язавши відносно R, дістанемо: $R = \frac{R_1 R_2 (U_2 - U_1)}{U_1 R_2 - U_2 R_1} = 125$ *ом*.

Підставивши це значення R у формулу для I, дістанемо: $I = \frac{U_1 U_2}{R_1 R_2} \cdot \frac{R_2 - R_1}{U_2 - U_1} \approx 0{,}81$ *а*.

315. $r_1 = 20$ *ом*; $r_2 = 180$ *ом*; $r_3 = 1800$ *ом*; $r_4 = 18\,000$ *ом* і $r_5 = 180\,000$ *ом*. Розв'язування. Позначимо опір шунта через R, а опори дільниць шунта через r_1, r_2, r_3, r_4 і r_5. Тоді чутливість

гальванометра зменшиться в 10 000 раз, якщо $\frac{I_г}{I_г + I_1} = 0{,}0001$. Струми $I_г$ і I_1 відносяться так: $\frac{I_г}{I_1} = \frac{r_1}{R - r_1 + r_г}$, а опором гальванометра можна нехтувати порівняно з $R - r_1$. Тоді $\frac{I_г}{I_1} = \frac{r_1}{R - r_1}$, або $\frac{I_г}{I_г + I_1} = \frac{r_1}{R} = 0{,}0001$, звідки $r_1 = 0{,}0001R = 20$ *ом*.

Для другої дільниці шунта $\frac{I_г}{I_г + I_2} = 0{,}001$ і $\frac{I_г}{I_2} = \frac{r_1 + r_2}{R - r_1 - r_2}$, або $\frac{I_г}{I_г + I_2} = \frac{r_1 + r_2}{R} = 0{,}001$. Звідси $r_1 + r_2 = 0{,}001R = 200$ *ом* і $r_2 = 200 - r_1 = 180$ *ом*. Аналогічно знаходимо $r_3 = 1800$ *ом*; $r_4 = 18\,000$ *ом* і $r_5 = 180\,000$ *ом*.

316. $R = 800$ *ом*. Розв'язування. Запишемо закон Ома для зазначених трьох випадків:

$$U_1 + I_1 r = E;$$
$$U_2 + I_2 r = E;$$
$$U_3 + I_3\frac{r}{2} = \frac{1}{2}E,$$

де r — внутрішній опір батареї.

$$\text{Але } I_1 = \frac{E}{\frac{RR_0}{2R_0 + R} + r};\ I_2 = \frac{E}{R_0 + r} \text{ і } I_3 = \frac{\frac{1}{2}E}{R_0 + \frac{1}{2}r}.$$

Підставивши ці значення I_1, I_2, I_3 і розв'язавши здобуту систему рівнянь, дістанемо: $R_1 = 2\frac{U_1}{U_3} \cdot \frac{2U_3 - U_2}{U_2 - U_1} R_0 = 800$ *ом*.

317. Розв'язування. Вольтметр може показувати меншу напругу при послідовному сполученні реостатів лише тоді, коли він увімкнутий в коло послідовно з реостатом або коли він увімкнутий паралельно до одного з реостатів.

1) Коли вольтметр і реостат увімкнути паралельно, можна записати: $E = U_1 + 3U_1\frac{R}{R_0}$; при паралельному сполученні реостатів $E = U_2 + U_2\frac{R}{3R_0}$. Звідси $R = \frac{U_2 - U_1}{3U_1 - U_2} R = 1200$ *ом*.

2) Коли увімкнути вольтметр паралельно до одного з послідовно сполучених реостатів, можна записати $E = U_1 + U_1\frac{2(R + R_0)}{R_0}$, звідки $R = \frac{E - 3U_1}{2U_1} R_0$.

Оскільки при паралельному сполученні реостатів $E = U_2$, то, підставивши числові значення величин, дістанемо $R = 400$ *ом*.

Легко переконатися, що коли увімкнути вольтметр паралельно до двох або трьох реостатів, буде абсурдний результат.

318. Р о з в'я з у в а н н я. Оскільки між точками A і B струм не йде, то потенціали в точках A і B однакові. Тому напруга на конденсаторі дорівнює спадові напруги на опорі R_2, тобто $U = IR_2 = 3$ *в*.

319. $U_1 = 0$; $U_2 = 0{,}2$ *в*; $U_3 = -0{,}3$ *в*. Р о з в'я з у в а н н я. Замінимо схему, подану в задачі, простішою; їй еквівалентною. Вона утворена паралельним з'єднанням трьох віток, в кожну з яких ввімкнено гальванічний елемент і вольтметр. Позначимо літерою U з відповідним індексом напруги, що їх показують вольтметри. Напруга на гальванічному елементі $U' = Ir - E$. Оскільки за умовою задачі внутрішнім опором елементів можна нехтувати, то $U' = -E$.

Із схеми видно, що сума $U + U'$ дорівнює напрузі на кожній вітці. Це дає два рівняння: $U_1 - E_1 = U_2 - E_2 = U_3 - E_3$.

Для одного з вузлів можна записати $\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} = 0$. Розв'язавши систему трьох рівнянь, знаходимо:

$$U_1 = \frac{(E_1 - E_2)\,R_1R_3 + (E_1 - E_3)\,R_1R_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}$$ і аналогічні формули для U_2 і U_3.

Підставивши числові дані задачі, дістанемо: $U_1 = 0$; $U_2 = 0{,}2$ *в*; $U_3 = -0{,}3$ *в*.

320. $U_1 = 140$ *в* і $U_2 = 160$ *в*.

321. 1) $U_1 = 120$ *в*; $U_2 = 80$ *в*; 2) $U_1 = U_2 = 100$ *в*. Р о з в'я з у в а н н я. 1) Коли ключ K розімкнутий, послідовно з'єднані вольтметри V_1 і V_2 вимірюють електрорушійну силу генератора E (внутрішнім опором нехтуємо). Покази вольтметрів пропорціональні опорам, тобто $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ і $U_1 + U_2 = E$. Звідси $U_1 = 120$ *в* і $U_2 = 80$ *в*.

2) Коли ключ K замкнутий, вольтметри V_1 і V_2 показуватимуть спад напруги відповідно на опорах R_4 і R_3. Оскільки опір паралельно з'єднаних вольтметра V_1 і опору R_4 та вольтметра V_2 і опору R_3 однакові, то обидва вольтметри показують однакову напругу $U_1 = U_2 = \frac{1}{2} E = 100$ *в*.

322. Вимірювати струм можна, але треба вносити поправки на похибки вимірів, тому що опір амперметра порівняно великий.

До вмикання амперметра струм у колі $I_1 = \frac{E}{3R}$, де E — е. р. с. джерела, а $3R$ — опір усього кола. При вмиканні амперметра з опором R величина струму $I_2 = \frac{E}{4R}$. Зменшення величини струму $I_1 - I_2 = \frac{E}{12R}$. Відносна похибка виміру $k = \frac{E}{12R} : \frac{E}{3R}$. Якщо вважати е. р. с. джерела постійною, то $k = 0{,}25$. Таким чином, відносна похибка вимірювання становитиме 25%. Тоді 6 *а* становлять лише 75% величини струму в колі без амперметра. Отже, величина струму в колі до вмикання амперметра буде 8 *а*.

Нехай опір кола до вмикання амперметра дорівнює x, тоді величина струму в ньому $I_1 = \frac{E}{x}$, а після вмикання амперметра $I_2 = \frac{E}{x + R}$. Зменшення величини струму $I_1 - I_2 = \frac{E}{x} - \frac{E}{x + R}$.

За умовою задачі відносна похибка вимірювання $\left(\frac{E}{x} - \frac{E}{x + R}\right) : \frac{E}{x} = \frac{R}{x + R}$ не повинна перевищувати 1%. Отже, $\frac{R}{x + R} = 0{.}01$ і $x = 99R$; тобто опір амперметра повинен бути в 99 раз менший за опір кола.

323. Р о з в'я з у в а н н я. Коли повзунок рухається вліво, різниця потенціалів на обкладках конденсатора спадає, і він розряджається (через гальванометр іде постійний струм). Коли повзунок рухається вправо, стрілка відхиляється в протилежний бік.

324. Р о з в'я з у в а н н я. Часто учні вважають, що вольтметр покаже силу струму в колі, а мікроамперметр — напругу. Це неправильно. Мікроамперметр покаже струм, який проходить через нього, а вольтметр — спад напруги на самому собі. За показами приладів у неправильно зібраній схемі не можна визначити опір.

325. $r = 25$ *ом*. Р о з в'я з у в а н н я. Позначивши опір гальванометра через r, для кола, показаного на рис. 147, *а*, можна записати:

$$E = I_1 (R_1 + r). \qquad (1)$$

Для кола, показаного на рис. 147, *б*, можна записати:

$$E = I_2 \left(R_2 + \frac{Rr}{R + r} \right). \qquad (2)$$

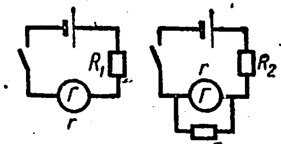
Оскільки відхилення стрілки в обох випадках однакове, то в другому випадку через гальванометр іде струм I_1, а через опір R — струм $I_2 - I_1$. Тоді можна записати таку пропорцію: $\frac{I_2 - I_1}{I_1} = \frac{r}{R}$, звідки

$$I_2 = \frac{I_1 (R + r)}{R}. \qquad (3)$$

Підставимо це значення I_2 в рівняння (2):

$$E = \frac{I_1 (R + r)}{R} \left(R_2 + \frac{Rr}{R + r} \right). \qquad (4)$$

Розв'язуючи рівняння (1) і (4) як систему $I_1 (R_1 + r) = \frac{I_1 (R + r)}{R} \left(R_2 + \frac{Rr}{R + r} \right)$, дістанемо: $r = \frac{R (R_1 - R_2)}{R_2}$. Підставивши числові значення величин, дістанемо $r = 25$ *ом*.



а б

Рис. 147.

326. Кільце являє собою паралельне з'єднання. Коли повзунок рухається в будь-якому напрямі, опір цього з'єднання зменшується, внаслідок чого покази вольтметра зменшуються.

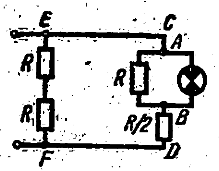


Рис. 148.

327. Розв'язування. Складемо еквівалентну схему (рис. 148). Опір R і лампочка на ділянці AB увімкнуті паралельно. Загальний опір ділянки AB послідовно сполучений з опором $\frac{1}{2}R$. Між точками C і D, як і між точками E і F, напруга 220 *в*. Оскільки сила струму в послідовно сполучених опорах однакова, то для ділянки CD можна записати: $I\frac{R}{2} + IR_{AB} = 220$.

Лампочка розрахована на 110 *в*, отже, на ділянці AB спад напруги дорівнює 110 *в*, решта 110 *в* спадає на опорі $\frac{1}{2}R$, тобто $I\frac{R}{2} = 110$ і $IR_{AB} = 110$; звідки $R_{AB} = \frac{1}{2}R$. Позначимо опір лампочки через R_x, тоді $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_x}$, але $R_{AB} = \frac{1}{2}R$, тоді $\frac{2}{R} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_x}$, звідки $R_x = R$.

328. Розв'язування. Якщо вимірювати опір за схемою *а*, вольтметр показує спад напруги на вимірюваному опорі й амперметрі, а за схемою *б* — лише напругу на кінцях опору R. Точність вимірів залежатиме від внутрішнього опору вольтметра і амперметра.

Нехай вимірюється величина опору 2 *ом* (R). При вимірюванні за схемою *а* вольтметр показує напругу U_1 на опорі $R_1 = R + R_а$. Похибка вимірювання $\Delta R = R_1 - R = R_а = 1$ *ом*, або відносна похибка $c = \frac{\Delta R}{R} 100\% = 50\%$.

При вимірюванні за схемою *б* сила струму $I = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_2}{R} + \frac{U_2}{R_в}$. Звідси $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_в}$ або $R_2 = \frac{RR_в}{R + R_в} = \frac{2 \cdot 100}{1002} \approx 1,99$ *ом*; тоді $\Delta R = R - R_2 = 0,01$ *ом*. Відносна похибка $b_1 = \frac{0,01 \cdot 100\%}{2} = 2\%$.

Нехай вимірюваний опір буде 100 *ом* (R_3). Тоді за схемою *а* $\Delta R = R_1 - R_3 = R_а = 1$ *ом*. Відносна похибка $c = \frac{R}{R_3} \cdot 100\% = 1\%$. За схемою *б*: $\frac{1}{R_б} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_в}$ або $R_б = \frac{R_3R_в}{R_3 + R_в} = 91$ *ом*. Тоді $\Delta R = 100$ *ом* $- 91$ *ом* $= 9$ *ом*. Відносна похибка $c_1 = \frac{9 \cdot 100\%}{100} = 9\%$.

Отже, малі опори потрібно вимірювати за схемою *б*, а великі — за схемою *а*.

329. Розв'язування. Підрахуємо опір для двох, трьох, чотирьох і п'яти точок. На схемах рис. 149 пунктиром зображені ті провідники, по яких струм не йде внаслідок рівності потенціалів у точках c і d (для чотирьох точок) і в точках c, d і e (для п'яти точок). Таким чином, приєднання кожної нової точки еквівалентно паралельному приєднанню опору $2R$. Складемо таблицю:

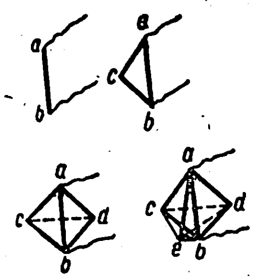


Рис. 149.

Кількість точок	2	3	4	5
Загальний опір	$\frac{2R}{2}$	$\frac{2R}{3}$	$\frac{2R}{4}$	$\frac{2R}{5}$

З таблиці видно, що загальний опір завжди дорівнює $\frac{2R}{N}$.

330. Розв'язування. Згідно з законом Ома, для повного кола $E = IR + Ir_i = U_i + U_{AK}$. Якщо зменшити опір R_2, зросте сила струму I, збільшиться $U_i = Ir_i$, а отже, U_{AK} зменшиться.

При збільшенні опору R_1 зменшується сила струму I, зменшується $U_i = Ir_i$, а U_{AK} збільшується.

Якщо збільшити опір R_1 шунта, струм у шунті зменшиться, а струм на дільниці з амперметром зросте (за законом розподілу струму між паралельними провідниками R_1 і обмоткою амперметра).

При збільшенні опору R_2 струм у нерозгалуженій дільниці кола зменшиться, а отже, зменшиться і на дільниці з амперметром.

Якщо опір R_1 шунта на дільниці з амперметром зменшити, то струм зросте. Збільшуючи опір R_2, можна добитися зменшення струму на дільниці кола до початкової величини.

331. Розв'язування. При короткому замиканні напруга буде близька до нуля, бо внаслідок великого струму буде досить великий спад напруги всередині джерела струму.

332. Розв'язування. Вольтметр показуватиме нульову напругу. Схема цілком симетрична і ніщо в ній не зміниться, якщо її повернути на 36°, 72°, 108° тощо. При цьому точка A займе положення однієї із сусідніх точок (B, C, D і т. д.), тому немає ніяких підстав приписувати цим точкам різні потенціали. Тоді напруга між будь-якими двома з них, як різниця однакових потенціалів, дорівнюватиме нулю. Саме таку напругу між точками A і C показує вольтметр.

Так само дорівнюватиме нулю напруга між двома затискачами будь-якого гальванічного елемента схеми, наприклад між точками A і B. Це пояснюється тим, що напруга між затискачами джерела струму збігається з його е. р. с. лише у випадку розімкнутого кола.

коли немає струму. Якщо ж елемент живить струмом якесь навантаження, напруга на затискачах спадає, тому що зменшується спад напруги на внутрішньому опорі. Спад цей може бути дуже значним. Зокрема, при короткому замиканні джерела напруга на його затискачах спадає до нуля: вся е. р. с. витрачається на внутрішньому опорі.

У наведеній кільцевій схемі всі елементи працюють в умовах, які по суті нічим не відрізняються від короткого замикання. Отже, кожний елемент веде себе як при короткому замиканні: вся його е. р. с. витрачається на внутрішньому опорі, а напруги на затискачах немає. Ось чому і верхня батарея з двох елементів, і нижня з восьми таких самих елементів мають одну й ту саму напругу — 0 вольтів — і саме цю напругу й вимірює вольтметр.

333. $U_1 \approx 0{,}27$ *в*; $U_2 \approx 0{,}73$ *в*. Розв'язування. За законом Ома для всього кола $I_1 = \dfrac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + r} = \dfrac{1}{15}$ *а*. Тоді за законом Ома для дільниці кола напруга на першому опорі буде $U_1 = I_1R_1 \approx 0{,}27$ *в*.

Аналогічно розв'язується друга частина задачі: $I_2 = \dfrac{2}{11}$ *а*, тоді $U_2 \approx 0{,}73$ *в*.

334. $E = \dfrac{U_1U_2r_2}{(U_1 - U_2)\,r_1} = 1{,}08$ *в*; $r = 0{,}8$ *ом*. Розв'язування. Згідно з законом Ома, для всього кола можна записати $E = U_1 + I_1r$ і $E = U_2 + I_2(r + r_2)$, де $I_1 = \dfrac{E}{r_1 + r}$; $I_2 = \dfrac{E}{r_1 + r_2 + r}$. Підставивши ці значення I_1 і I_2 і розв'язавши систему відносно E, дістанемо $E = \dfrac{U_1U_2r_2}{(U_1 - U_2)\,r_1} = 1{,}08$ *в*.

З першого рівняння $r = \dfrac{E - U_1}{U_1}\,r_1 = 0{,}8$ *ом*.

335. $I = 5\dfrac{7}{13}$ *а*. Розв'язування. Покажемо на схемі (рис. 150) напрями струмів. На основі симетрії схеми (відносно точок A і B) можна записати: $I_1' = I_1$, $I_4' = I_4$. За законом Ома, можна також записати $10 - U = I_1r$; $U = 4I_4r$; $U' = I_1r$. Звідси

$$10 = (I_1 + 4I_4)\,r; \tag{1}$$

$$U - U' = (4I_4 - I_1)\,r \text{ і } U - U' = Ir. \tag{2}$$

З останніх двох рівнянь

$$4I_4 - I_1 = I. \tag{3}$$

Із схеми видно, що, згідно з першим законом Кірхгофа,

$$I_4 + I = I_1. \tag{4}$$

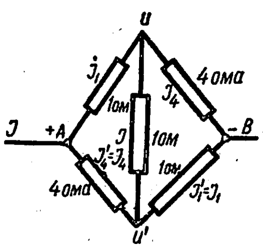


Рис. 150.

З рівнянь (1), (3) і (4) визначаємо $I_1 = \dfrac{50}{13}$ *а*; $I_4 = \dfrac{20}{13}$ *а* і $I = I_4 - I_1 = 5\dfrac{4}{13}$ *а*.

336. $I_1 = 1{,}14$ *а*; $I_2 = 0{,}09$ *а*; $I_3 = -1{,}23$ *а*. Розв'язування. Оскільки напрями струмів у кожному з елементів невідомі, припустимо, що вони в усіх випадках збігаються з напрямом е. р. с. (рис. 151). Для контура AE_1BE_2A можна записати

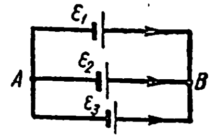


Рис. 151.

$$E_1 - E_2 = I_1r_1. \tag{1}$$

Аналогічно для контура AE_2BE_3A:

$$E_2 - E_3 = I_2r_2 - I_3r_3. \tag{2}$$

Для вузла B можна записати

$$I_3 = -(I_1 + I_2). \tag{3}$$

З рівнянь (2) і (3) маємо

$$I_2 = \frac{E_2 - E_3 - I_1r_3}{r_2 + r_3}. \tag{4}$$

З рівнянь (1) і (4) дістанемо: $I_1 = \dfrac{E_1r_2 + E_1r_3 - E_2r_3 - E_3r_2}{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}$.

Підставимо числові значення величин і обчислимо значення величин струмів: $I_1 = 1{,}14$ *а*; $I_2 = 0{,}09$ *а* і $I_3 = -1{,}23$ *а*.

Від'ємне значення I_3 означає, що струм через третій елемент іде в напрямі, протилежному до того, який показано на рисунку, тобто в напрямі BE_3A.

337. $I_{ср} = 4 \cdot 10^{-10}$*а*. Розв'язування. Середня величина струму $I_{ср} = \dfrac{Q}{t}$, але $Q = 1500 \cdot 5 \cdot 10^8$ *е*, де *е* — заряд електрона. Тоді $I_{ср} = \dfrac{1500 \cdot 5 \cdot 10^8 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,к}{5 \cdot 60\ сек} = 4 \cdot 10^{-10}$ *а*.

338. $t_1 = 3$ *год*; $t_2 = 45$ *хв*. Розв'язування. Для потужностей, споживаних каструлею і чайником, можна записати $\dfrac{U^2}{R_1} = 600$ *вт* і $\dfrac{U^2}{R_2} = 300$ *вт*. Звідси $R_2 = 2R_1$. При послідовному сполученні на каструлі спадатиме напруга $\dfrac{1}{3}U$, а на чайнику — $\dfrac{2}{3}U$. Потужності, споживані приладами, відповідно дорівнюватимуть $\dfrac{U^2}{9R_1}$, $\dfrac{4U^2}{9R_2}$, тобто вони зменшаться відповідно в 9 раз і в 9/4 раза. У стільки ж разів збільшиться і час, протягом якого вода закипить. Отже, $t_1 = 9 \cdot 20$ *хв* $= 3$ *год* і $t_2 = \dfrac{9}{4} \cdot 20$ *хв* $= 45$ *хв*.

339. Розв'язування. Введемо позначення на схемі (рис. 81) і складемо еквівалентну схему (рис. 152). Опори R_6 і R_7 увімкнуто

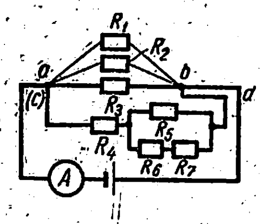


Рис. 152.

послідовно, а R_5 — паралельно до опорі $(R_6 + R_7)$, тоді опір цієї частини кола визначимо так: $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6 + R_7}$.

Оскільки всі опори однакові, то $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R}$, звідки $R' = \frac{2}{3} R$.

Опір R_4 увімкнуто послідовно з R', тоді опір R'' цієї частини кола буде $R'' = R_4 + R' = \frac{5}{3} R$.

Опори R_1, R_2, R_3 і R'' увімкнуто між собою паралельно, тоді загальний опір схеми R''' визначимо так: $\frac{1}{R'''} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R''} = \frac{18}{5R}$, звідки $R''' = \frac{5}{18} R \approx 2{,}78$ *ом*.

Сила струму в колі буде $I = \frac{U}{R'''} \approx 0{,}54$ *а*, отже, амперметр показуватиме 0,54 *а*.

340. Р о з в' я з у в а н н я. 1) Потужність, яку споживають провідники, сполучені послідовно, визначаємо за формулами $N_1 = I^2R_1$ і $N_2 = I^2R_2$, бо по цих провідниках іде однаковий струм. Оскільки $R_1 > R_2$, то і $N_1 > N_2$.

2) Паралельно сполучені провідники будуть під однаковою напругою. Споживану ними потужність визначимо за формулами $N_1 = \frac{U^2}{R_1}$ і $N_2 = \frac{U^2}{R_2}$. У цьому випадку $N_1 < N_2$.

341. $r \approx 7{,}1$ *ом*. Р о з в' я з у в а н н я. За законом Джоуля—Ленца кількість теплоти, що виділяється в провіднику, $Q = I^2Rt$. Оскільки за умовою задачі кількість теплоти, що виділяється за однакові проміжки часу при замиканні на опори R_1 і R_2 однакова, то $I_1^2R_1 = I_2^2R_2$, де $I_1 = \frac{E}{R_1 + r}$, $I_2 = \frac{E}{R_2 + r}$.

Підставивши значення I_1 і I_2, маємо $\frac{E^2}{(R_1 + r)^2} R_1 = \frac{E^2}{(R_2 + r)^2} R_2$. Розв'язавши це рівняння, знайдемо $r = \sqrt{R_1R_2} \approx 7{,}1$ *ом*.

342. $N_3 \approx 57{,}5$ *вт*; $N_4 \approx 38{,}3$ *вт*; $U_{AB} \approx 43{,}9$ *в*. Р о з в' я з у в а н н я. Позначимо опір ламп потужністю $N_1 = 40$ *вт* через R_1, а ламп потужністю $N_2 = 60$ *вт* через R_2. Визначимо ці опори: $R_1 = \frac{U_1^2}{N_1} = 302{,}5$ *ом* і $R_2 = \frac{U_1^2}{N_2} \approx 201{,}7$ *ом*.

Величина струму в розгалуженнях буде однакова: $I_1 = I_2 = \frac{U_2}{R_1 + R_2} = 0{,}436$ *а*.

Потужність, споживана лампою з опором R_1 (40-ватна), буде: $N_3 = I_1^2 R_1 \approx 57{,}5$ *вт*.

Потужність, споживана лампою з опором R_2 (60-ватна), буде: $N_4 = I_2^2 R_2 \approx 38{,}3$ *вт*.

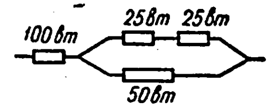


Рис. 153.

Для визначення напруги між точками A і B розглянемо дільницю кола $CABC$, для якої можна записати: $I_1R_1 + U_x - I_2R_2 = 0$.

Звідси $U_x = I_2R_2 - I_1R_1 \approx 43{,}9$ *в*.

343. Р о з в' я з у в а н н я. Якщо два однакових опори сполучені послідовно, то на кожному з них спадає половина напруги мережі і виділяється однакова потужність. Тому, щоб розв'язати задачу, потрібно всі прилади об'єднати в дві групи з однаковим опором (інакше кажучи, з однаковими потужностями). Розв'язання задачі показано на рис. 153.

344. $F \approx 2837$ *н*. Р о з в' я з у в а н н я. Корисна потужність електродвигуна $N = IU\eta$. Потужність, що затрачається на різання металу, $N = \frac{Fv}{\eta_1} = \frac{F\pi Dn}{\eta_1}$. Прирівнявши праві частини рівнянь, визначимо силу різання:

$$F = \frac{IU\eta\eta_1}{\pi Dn} \approx 2837 \text{ н}.$$

345. $k = -\frac{1}{2}(2 - n) \pm \frac{1}{2}\sqrt{n(n-4)}$; $n \geq 4$. Р о з в' я з у в а н н я. Запишемо вирази для кількостей теплоти, виділюваної при послідовному і паралельному ввімкненні секцій: $Q = \frac{U^2}{R + r} t_1$; $Q = \frac{U^2(R + r)}{Rr} t_2$, де R і r — опори секцій. За умовою задачі $Q_1 = Q_2$ і $t_2 = \frac{t_1}{n}$, тоді $\frac{n}{R + r} = \frac{R + r}{Rr}$.

Позначивши $\frac{R}{r} = k$, дістанемо $\frac{n}{k + 1} = \frac{k + 1}{k}$ або $k^2 + k(2 - n) + 1 = 0$. Розв'язавши це рівняння, дістанемо: $k = -0{,}5(2 - n) \pm 0{,}5\sqrt{n(n-4)}$; звідси видно, що n не може бути менше як чотири.

346. Р о з в' я з у в а н н я. За однакової потужності сила струму, що проходить по спіралі, розрахованій на 220 *в*, буде в 2 рази менша за силу струму, що проходить по спіралі, розрахованій на 110 *в*. Якщо в коло з напругою 110 *в* увімкнути половину спіралі, розрахованої на 220 *в*, сила струму не зміниться. Отже, кількість виділюваної теплоти зменшиться в 2 рази.

347. $N_1 = 49$ *вт*; $N_2 = 21$ *вт*. Р о з в' я з у в а н н я. Потужність, що виділяється в батареї, $N_1 = \frac{E^2}{\left(\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}\right)^2} r = 49$ *вт*. У зовнішньому колі виділяється потужність $N_2 = \frac{E^2}{\left(\frac{R_1R_2}{R_2 + R_2}\right)^2} \cdot \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 21$ *вт*.

348. Розв'язування. Позначимо внутрішній опір гальванометра через $R_г$, ціну поділки через I_0 і кількість поділок через n.

Щоб перетворити гальванометр у вольтметр, треба послідовно з ним увімкнути додатковий опір $R_д$, величина якого підбирається так, щоб спад напруги U на ньому і гальванометрі дорівнював 200 *в* при відхиленні стрілки гальванометра на всю шкалу, тобто при струмові nI_0. Цей спад напруги складається із спаду напруги $nI_0R_д$ на додатковому опорі й спаду напруги $nI_0R_г$ на приладі: $U = nI_0(R_д + R_г)$. Звідси $R_д = \frac{U - nI_0R_г}{nI_0} = \frac{U}{nI_0} - R_г = 199\,950$ *ом*.

Щоб розширити межі вимірювання гальванометра, паралельно до нього треба приєднати шунт, величину опору якого позначимо через $R_ш$. Коли стрілка гальванометра відхилятиметься на повну шкалу, на ньому спадатиме напруга $nI_0R_г$. Оскільки шунт увімкнуто паралельно гальванометру, то така сама напруга буде і між кінцями шунта. Отже, по шунтові проходитиме струм $I_ш = \frac{nI_0R_г}{R_ш}$.

Звідси $R_ш = R_г \frac{nI_0}{I_ш}$.

Струм, що проходить через шунт, дорівнює різниці вимірюваного струму в колі I і струму nI_0, що проходить через гальванометр, тому $R_ш = R_г \frac{nI_0}{I - nI_0} \approx 0{,}0626$ *ом*.

349. $U \approx 0{,}5$ *в*; $R_а = 10$ *ом*; $R_в = 40$ *ом*. Розв'язування. На основі закону Ома можна записати (до вмикання вольтметра): $E_1 + E_2 = I(R_1 + R_2 + R_а + 2r)$, звідки $R_а = \frac{E_1 + E_2}{I} - 2r - R_1 - R_2 = 10$ *ом*.

Якщо увімкнути вольтметр, опір ділянки, до якої входять паралельно увімкнуті опір R_1 і вольтметр, буде $R = \frac{R_1R_в}{R_1 + R_в}$.

Вольтметр показує спад напруги на опорі R: $U = (I + \Delta I)R$. У цьому випадку на основі закону Ома можна записати: $\Delta I = (I + \Delta I) - I = \frac{E_1 + E_2}{\rho + R} - \frac{E_1 + E_2}{\rho + R_1}$, де для спрощення розрахунків через ρ ми позначили $\rho = R_2 + R_а + 2r = 35$ *ом*. Звідси $R = \frac{(E_1 + E_2)(\rho + R_1)}{\Delta I(\rho + R_1) + E_1 + E_2} - \rho$.

Тоді $U = (I + \Delta I)\left[\frac{(E_1 + E_2)(\rho + R_1)}{\Delta I(\rho + R_1) + E_1 + E_2} - \rho\right] \approx 0{,}5$ *в*. Щоб

визначити опір вольтметра, обчислимо спочатку $R = 8$ *ом*, тоді $R_в = \frac{RR_1}{R_1 - R} = 40$ *ом*.

350. $S \approx 34{,}4$ *мм*². Розв'язування. Спад напруги в проводах $\Delta U = I \cdot 2R = \frac{I2\rho l}{S}$, звідки $S = \frac{2I\rho l}{\Delta U}$.

З другого боку, $\Delta U = 0{,}1 \cdot 220$ *в* $= 22$ *в*. Підставивши це значення ΔU в попередню рівність, дістанемо: $S = \frac{2I\rho l}{22} = \frac{I\rho l}{11}$.

Напруга в споживача $U_2 = 220$ *в* $- 0{,}05 \cdot 220$ *в* $= 209$ *в*. Опір споживача $R = \frac{U_н^2}{P_н} \approx 4{,}84$ *ом*. Струм у споживача $I = \frac{U_2}{R} \approx 43{,}2$ *а*. Підставивши ці значення, дістанемо $S \approx 34{,}4$ *мм*².

351. $\eta \approx 76\%$. Розв'язування. Коефіцієнтом корисної дії джерела струму називають відношення потужності I^2R, що виділяється в зовнішній дільниці кола, до потужності IE, затрачуваної у всьому колі: $\eta = \frac{I^2R}{IE}$, де $R = \rho\frac{l}{S}$ — опір зовнішньої дільниці. Величину струму визначимо за законом Ома для всього кола $I = \frac{E}{R + r}$. Тоді $\eta = \frac{R}{R + r} = \frac{\rho\frac{l}{S}}{\rho\frac{l}{S} + r} \approx 0{,}76$.

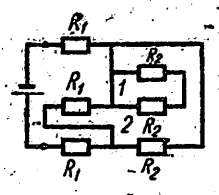
352. $R_1 = 800$ *ом* і $R_2 = 200$ *ом*. Розв'язування. Позначивши шуканий опір через x, можна записати, згідно з умовою: $I_1^2R = I_2^2x$. Але $I_1 = \frac{E}{R + r}$ і $I_2 = \frac{E}{x + r}$. Підставивши ці значення I_1 і I_2, дістанемо квадратне рівняння: $Rx^2 - (R^2 + r^2)x + Rr^2 = 0$.

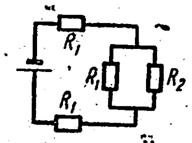
Розв'язавши рівняння, знайдемо: $x = \frac{R^2 + r^2 \pm (R^2 - r^2)}{2R}$, звідки $x_1 = R_1 = R = 800$ *ом* і $x_2 = R_2 = \frac{r^2}{R} = 200$ *ом*.

353. $R \approx 0{,}4$ *ом*. Розв'язування. Позначимо опір шнура через R, а спад напруги на ньому через U_0, тоді $R = \frac{U_0}{I}$.

Силу струму визначимо з рівності $cm\Delta t^\circ = \eta UIt$, де η — к. к. д., U — напруга, що спадає на спіралі: $U = 220 - U_0$. Звідси $I = \frac{cm\Delta t^\circ}{\eta Ut}$, тоді $R = \frac{U_0}{I} = \frac{U_0\eta Ut}{cm\Delta t^\circ} \approx 0{,}4$ *ом*.

354. *а*) $N = 0{,}18$ *вт*; б) $N = 0{,}1125$ *вт*. Розв'язування. Позначимо опір від точки *А* до повзунка через R_1, а від повзунка до точки B — через R_2. Тоді матимемо еквівалентну схему, яку зображено на рис. 154. Опори *1* і *2* на схемі закорочено, тому її можна спростити (рис. 155).





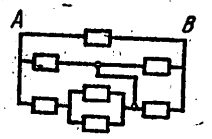


Рис. 154. Рис. 155. Рис. 156.

1) У випадку, коли повзунки знаходяться посередині опорів, $R_1 = R_2$ і загальний опір становить $\frac{5}{2} R_1$ або $\frac{5}{4} R$, де $R = R_1 + R_2 = 10$ *ом*. Тоді $N = \frac{U^2}{R_{заг}} = 0,18$ *вт*.

2) Коли всі повзунки знаходяться в крайньому правому положенні, $R_2 = 0$ і закорочує R_1. Тому $R_{заг} = 2R_1$. Але в цьому випадку $R_1 = R = 10$ *ом* і $N = \frac{U^2}{R_{заг}} = 0,1125$ *вт*.

355. $N = 11$ *вт*. Розв'язування. Складемо еквівалентну схему (рис. 156). Якщо всі опори однакові і дорівнюють кожний R, то загальний опір між точками A і B становить, як легко підрахувати, $\frac{11}{21} R$. Оскільки за умовою задачі $R = 21$ *ом*, то $R_{заг} = 11$ *ом*.

Споживана від джерела потужність $N = \frac{U^2}{R} = 11$ *вт*.

356. $R = 4,9$ *ом*. Розв'язування. Сила струму I, що проходить по колу, залежить від напруги генератора U, електрорушійних сил акумуляторів, внутрішнього опору r акумуляторів і додаткового опору R кола. Оскільки електрорушійна сила акумуляторів має протилежний напрям відносно напруги генератора, то сила струму за законом Ома $I = \frac{U - nE}{R + nr}$, де n — кількість послідовно увімкнутих акумуляторів. Звідси додатковий опір $R = \frac{U - nE - Inr}{I} = 4,9$ *ом*.

357. $\Delta t_2^0 \approx 66,7°$ C. Розв'язування. Температура печі визначається умовою теплової рівноваги, коли кількість теплоти, що виділяється в секціях печі, дорівнює кількості теплоти, що втрачається за той самий час внаслідок випромінювання.

Запишемо умову рівноваги, визначивши першу з цих величин за законом Джоуля — Ленца, а другу — з умови задачі: $\frac{U^2}{R}\tau = A\Delta t_1^0\tau$, де U — напруга на затисках печі, τ — довільний проміжок часу, A — коефіцієнт пропорціональності (кількість енергії, яка випромінюється піччю за одиницю часу при різниці температур, що дорівнює одиниці). Опір печі R визначимо з умови паралельного

сполучення секцій: $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$. Тоді перше рівняння можна записати так: $\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} U^2 = A\Delta t_1^0$.

Аналогічно запишемо умову теплової рівноваги для випадку, коли загальний опір послідовно сполучених секцій дорівнює $R_1 + R_2$.

Розв'язавши ці два рівняння, дістанемо: $\Delta t_2^\circ = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \Delta t_1^0 \approx 66,7°$ C.

358. Розв'язування. Оскільки за напругою можна визначити витрату електричної енергії на переміщення одиниці кількості електрики, то добуток IU виражає споживану двигуном потужність.

Добуток I^2R виражає кількість теплоти, яка щосекунди виділяється, коли струм проходить у провіднику, а різниця $IU - I^2R$, якщо не враховувати інші втрати в якорі, дає механічну потужність.

Вираз $N = \frac{U^2}{R}$ тут зовсім не можна застосувати. В якорі двигуна електрична енергія перетворюється не лише в теплоту, а й в інші види енергії. Цю формулу можна застосувати лише тоді, коли вся електрична енергія повністю перетворюється в теплоту.

359. Постійною є лише сума робіт, виконуваних у внутрішній і зовнішній частинах кола. Із зміною зовнішнього опору змінюється лише співвідношення між ними. Якщо цей опір зростає, то збільшується частина роботи на зовнішній дільниці і відповідно зменшується на внутрішній.

360. $\Delta t° = 63°$. Розв'язування. Для визначення температури печі потрібно знати, яку е. р. с. дає термопара. Е. р. с. визначимо за законом Ома для повного кола. Для першого випадку можна записати $I = \frac{E}{R}$, де R — опір підвідних провідників і термопари.

Якщо в коло ввести додатковий опір r, то $I_1 = 0,6I = \frac{E}{R + r}$.

Виключивши з цих двох формул невідомий опір R, дістанемо: $E = \frac{3}{2} Ir$. Підставивши числові значення, маємо: $E \approx 756 \cdot 10^{-5}$ *в*. Але $E = \alpha\left(t_2^0 - t_1^0\right)$, тоді $t_2^0 - t_1^0 = \frac{E}{\alpha} = 63°$ C.

361. $\frac{m}{A} = 0,0062$ грам-атоми; $Z = 3,7 \cdot 10^{21}$ атомів. Розв'язування. Оскільки грам-атом елементу чисельно дорівнює кількость грамів, яка дорівнює атомній вазі речовини, тобто A грамів, то кількість грам-атомів, що міститься в масі m, дорівнює $\frac{m}{A}$.

Згідно з об'єднаним законом Фарадея, $m = \frac{1}{F}\frac{A}{n} It$, звідки $\frac{m}{A} = \frac{1}{F} It$.

Підставивши числові значення, дістанемо $\frac{m}{A} = 0,0062$ грам-атома.

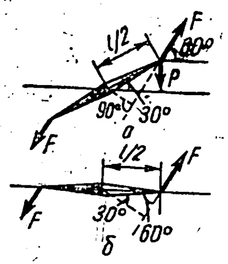


Рис. 157.

В одному грам-атомі міститься $N = 6{,}025 \times 10^{23}$ (число Авогадро) атомів, тому $Z = \frac{m}{A}N \approx 3{,}7 \cdot 10^{21}$ атомів.

362. $E \approx 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ *в*. Розв'язування. Вісь автомобіля являє собою провідник, що рухається в магнітному полі з напруженістю H у напрямі, перпендикулярному до вектора напруженості. На кінцях осі автомобіля виникає е. р. с. індукції $E = \mu_0 H l v \approx 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ *в*.

363. $P_1 = 0{,}015$ *н*. Розв'язування. Оскільки стрілка перебуває в рівновазі, то моменти сил, що діють на неї, рівні. Запишемо цю рівність, коли стрілка нахилена під кутом 30° до горизонту (рис. 157): $2F\frac{l}{2}\sin 30° = P\frac{l}{2}\cos 30°$ і коли вона горизонтальна: $2F\frac{l}{2}\sin 60° = P_1\frac{l}{2}$, де F — магнітна сила, l — довжина стрілки. Розв'язавши ці рівняння, дістанемо $P_1 = 2P\cos 30° \sin 60° = 0{,}015$ *н*.

364. Розв'язування. Навколо змінного магнітного поля завжди виникає вихрове електричне поле, яке і створює індукційний струм у замкнутих провідниках. У розглядуваній схемі переміщення контактів не змінює магнітного поля, яке весь час залишається постійним. Тому тут не виникає електрорушійної сили індукції і, отже, немає струму.

365. $I_1 = \frac{3E}{N(9r + 2R)}$; $I_2 = \frac{6E}{N(9r + 2R)}$; струми I_1 і I_2 мають протилежний напрям. Розв'язування. Електрорушійна сила що індукується в одному витку вторинної обмотки, дорівнює $\frac{E}{N}$. Частина е. р. с. індукції, яка припадає на ділянку обмотки AB, дорівнює $\frac{E}{3N}$. Оскільки обидві частини обмотки сполучено паралельно, то їх опір буде $\frac{2}{9}R$. Тоді на основі закону Ома $I_1 = \frac{E}{3N\left(\frac{2}{9}R + r\right)} = \frac{3E}{N(9r + 2R)}$.

У другому випадку на ділянку обмотки ABC припадає частина е. р. с. індукції $\frac{2E}{3N}$. Тоді $I_2 = \frac{2E}{3N\left(\frac{2}{9}R + r\right)} = \frac{6E}{N(9r + 2R)}$.

ОПТИКА. БУДОВА АТОМА

366. $\varphi = 120°$. Розв'язування. Кут повороту відбитого променя відносно падаючого дорівнює φ (рис. 158). За законом відбивання світла $\alpha_1 = \alpha_1'$; $\alpha_2 = \alpha_2'$. З геометричних міркувань видно, що $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.

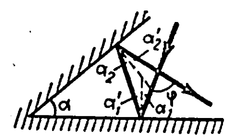


Рис. 158.

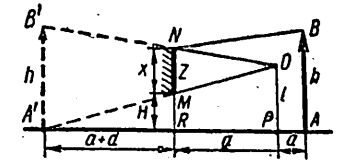


Рис. 159.

Кут φ є зовнішнім кутом трикутника і дорівнює $\varphi = 2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 2(\alpha_1 + \alpha_2)$. Отже, $\varphi = 2\alpha = 120°$.

367. $x = \frac{dh}{a + 2d}$; $H = \frac{a + d}{a + 2d}l$. Розв'язування. Позначимо через x висоту дзеркала (рис. 159). З подібності $\triangle OMN$ і $OA'B'$ випливає: $\frac{x}{h} = \frac{d}{2d + a}$, звідки

$$x = \frac{dh}{a + 2d}. \qquad (1)$$

Щоб визначити висоту нижнього краю дзеркала над землею, розглянемо подібні трикутники $\triangle MRA'$ і $\triangle OPA'$. З подібності трикутників випливає: $\frac{H}{l} = \frac{d + a}{a + 2d}$, звідки шукана висота

$$H = \frac{a + d}{a + 2d}l. \qquad (2)$$

З рівності (1) випливає, що висота дзеркала не залежить від висоти положення ока спостерігача. За різних висот положення ока спостерігача висота дзеркала залишається постійною, якщо не змінюється відстань спостерігача і предмета від дзеркала. Висота H нижнього краю дзеркала над землею залежить, як випливає з рівності (2) (за постійної відстані спостерігача і предмета від дзеркала), від висоти положення ока спостерігача. Якщо висота положення ока спостерігача зміниться на l', то потрібно змінити і відстань нижнього краю дзеркала від землі на H', щоб знову бачити все зображення предмета. При цьому $H' = \frac{a + d}{a + 2d}l'$.

368. Освітленість площадки в обох випадках однакова: $E_1 = E_2 = \frac{\Phi}{S}$.

Світловий потік — величина скалярна, і кут α не впливає на освітленість.

369. Вказівка. Треба виміряти освітленість у двох точках і відстань між ними. Точки слід вибрати так, щоб освітленість у них була різна.

370. Розв'язування. 1) Побудуємо хід променів від джерела Z до ока спостерігача P після одного відбивання (суцільна лінія, рис. 160). З точки P спостерігач бачить уявне зображення Z_1 (Z_2) джерела в дзеркалі I (II). Це зображення є симетричним

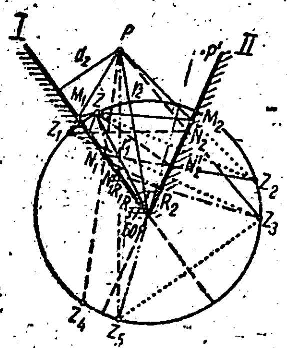


Рис. 160.

в Z відносно дзеркала I (II). Сполучимо точку P з $Z_1(Z_2)$ і точку перетину лінії PZ_1 (PZ_2) з площиною дзеркала I (II) позначимо через M_1 (M_2). Отже, хід променів після відбивання зображається ламаною лінією ZM_1P (ZM_2P).

2) Відбивання в дзеркалі I і II (пунктирна лінія). Уявне зображення Z_1, джерела Z у дзеркалі I є предметом для другого дзеркала II. Його уявне зображення у дзеркалі II є точка Z_3, яка лежить симетрично з Z_1 відносно площини дзеркала II. Так само будуємо уявне зображення Z_4 точки Z_2 у дзеркалі I. Зображення Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 і джерело Z лежать на обводі кола, описаного радіусом OZ навколо точки O.

Сполучаємо P з Z_3: точку перетину N прямої PZ_3 з площиною дзеркала II сполучимо з Z_1 і точку перетину N_1 цієї лінії з площиною дзеркала I сполучимо з Z. Шуканий хід променів є ламана ZN_1N_2P. Так само будуємо хід променів, які відбиваються спочатку від II, а потім від I—він зображатиметься ламаною $ZN_2'N_1'P$.

3) Послідовне відбивання в дзеркалах I, II і I (штрихпунктирна лінія). Побудуємо спочатку точку Z_5, яка лежить симетрично з Z_3 відносно площини I. Ця точка теж лежить на обводі кола і є уявним зображенням точки Z_3 в дзеркалі I. Проводимо пряму PZ_5 і точку перетину цієї прямої R_3 з I сполучаємо з Z_3, точку перетину R_2 прямої R_3Z_3 сполучаємо з Z і точку перетину R_1 сполучаємо з Z. Шуканий хід променів є ламана $ZR_1R_2R_3P$.

Відбивання послідовно від II, I і II за даного положення джерела Z і спостерігача P неможливе, тому що пряма PZ_5 повинна була б перетинати спочатку дзеркало II і лише потім—дзеркало I. Це можливо для всіх точок, що лежать між прямою Z_5O і II (звичайно, між дзеркалами I і II, як наприклад, точка P').

371. Р о з в' я з у в а н н я. Оскільки внутрішня поверхня сфери світла не поглинає, то рано чи пізно повинна встановитися рівновага, за якої сфера в кожний проміжок часу випромінюватиме стільки променистої енергії, скільки вона за цей час поглинає.

Уявимо собі, що ми тепер закрили отвір сфери кришкою, зробленою з матеріалу сфери. Тоді всі точки порожнини рівноправні і освітленість будь-якої точки сфери дорівнює E.

Знімемо тепер кришку. При цьому освітленість у всіх точок сфери, крім точки, діаметрально протилежної отвору, не зміниться і дорівнюватиме E. Освітленість самої точки дорівнюватиме $2E$, бо до променистої енергії, яка падає на неї до знімання кришки, додається промениста енергія первинного променя.

372. $d=\frac{r(\sqrt{3}+1)}{2}$. Р о з в' я з у в а н н я. Позначимо через d відстань від світної точки до опуклого дзеркала (рис. 161). Тоді для опуклого дзеркала $\frac{1}{d}-\frac{1}{f}=-\frac{2}{r}$, а для вгнутого $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f_1}=\frac{2}{r}$.

Враховуючи умови задачі, маємо $d=2r-f_1$, $d_1=2r+f$.

Розв'язавши цю систему чотирьох рівнянь, дістанемо $d=\frac{r(\sqrt{3}+1)}{2}$.

Від'ємний корінь $d=-\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ не має фізичного змісту.

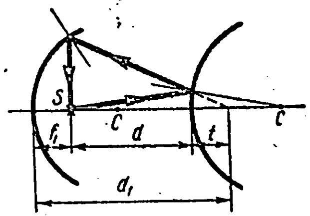


Рис. 161.

373. Внаслідок кінцевих розмірів зрачка ока в око потрапить розбіжний пучок променів після заломлення їх на поверхні води. Око бачить зображення предмета A в точці C, яка лежить на перетині продовжень заломлених променів (рис. 162). З рисунка видно, що $OB=h\operatorname{tg}OAB=h_1\operatorname{tg}OCB$; $\frac{h}{h_1}=\frac{\operatorname{tg}OCB}{\operatorname{tg}OAB}$. Оскільки кути OCB і OAB малі, відношення їх тангенсів можна замінити відношенням синусів. Тоді $\frac{h}{h_1}=\frac{\sin OCB}{\sin OAB}=\frac{\sin r}{\sin i}=n$, тобто $h_1=\frac{h}{n}$.

374. Колір будь-якої поверхні визначається спектральним складом променів, що відбиваються нею. Коли поверхня суха, то на промені, що відповідають кольору поверхні, накладається хаотично розсіяне біле світло від шершавостей і нерівностей поверхні (наприклад, від ворсинок тканини). Наявність цього розсіяного білого світла робить основний колір поверхні блідим і менш яскравим.

Коли поверхня просочена водою, то всі ці нерівності затягуються поверхневою плівкою води, і розсіяне біле випромінювання зникає. Залишається лише основний тон кольору поверхні, який сприймається як соковитіший і темніший, ніж до змочування.

375. У цьому випадку спостерігається явище повного відбивання: за певного кута падіння промені світла зовсім не виходять з води, а відбиваються від її поверхні, як від дзеркала.

376. $d=15$ *мм*. Р о з в' я з у в а н н я. Розглянемо промінь, що йде від риски, коли вона знаходиться в нижньому положенні. Спостерігач бачитиме риску на перетині променя, що йде вертикально вгору, з продовженням променя, що йде під певним кутом (рис. 163). Позначимо через l відстань між точками виходу цих променів з пластинки. Тоді $l=h\operatorname{tg}\alpha$; $l=d\operatorname{tg}\beta$, де h — відстань від поверхні скла до гаданого положення риски, яка дорівнює переміщенню тубуса мікроскопа, а d — товщина пластинки.

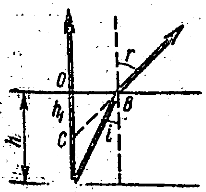


Рис. 162.

Оскільки пучок променів, що потрапляє в об'єктив мікроскопа, досить вузький, то кути α і β малі, і тангенси цих кутів з достатньою точністю можна замінити синусами: $l=h\sin\alpha$ і $l=d\sin\beta$. Поділивши перше рівняння на друге і врахувавши, що $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n$ — показник заломлен-

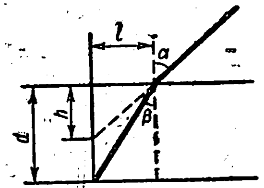


Рис. 163.

ня скла, дістанемо $d = nh$. Підставивши числові значення, матимемо $d = 10 \times 1{,}5$ *мм* $= 15$ *мм*.

377. $h \approx 16{,}7$ *см*. Розв'язування. Якщо розглядати текст через пластинку, то видима відстань тексту буде $\frac{h}{n}$, де h — товщина пластинки (див. розв'язок задачі № 373 або 376). Позначивши через D_0 оптичну силу очей без окулярів, запишемо: $D_0 = \frac{n}{h} + \frac{1}{f}$ і $D_0 + D = \frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{f}$. Звідси $D = \frac{1}{0{,}25} - \frac{n}{h}$. Підставивши числові дані, дістанемо $h = 16{,}7$ *см*.

378. $x \approx 45°52'$; $\alpha_1 \approx 6°29'$. Розв'язування. З залежності $n_1 = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1}$ визначимо кут заломлення β_1: $\beta_1 = \arcsin\left(\frac{1}{n}\sin\alpha_1\right) = 23°30'$

Промінь світла падає на площину BC під кутом $\beta_2 = \varphi - \beta_1 = 36°30'$. Якщо x є кутом заломлення при проходженні світла із скла у воду, а через n_2 позначимо показник заломлення води відносно вакууму, то $\frac{\sin\beta_2}{\sin x} = \frac{n_2}{n_1}$, бо

$$\frac{\sin\beta_2}{\sin x} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{n_2}{n_1}, \qquad (1)$$

де v_2 — швидкість світла в склі, а v_3 — швидкість світла у воді. Якщо v_1 — швидкість світла у вакуумі (повітрі), то $n_1 = \frac{v_1}{v_2}$ і $n_2 = \frac{v_1}{v_3}$.

Тоді $\sin x = \frac{n_1}{n_2}\sin\beta_2 = \frac{1{,}609}{1{,}334}\cdot 0{,}595 = 0{,}7176$, а $x = 45°52'$.

Якщо β_2 буде граничним кутом, то кут $x = 90°$. З рівняння (1) дістанемо: $\frac{\sin\beta_2}{\sin 90°} = \frac{n_2}{n_1}$, тоді $\sin\beta_{гр} = \frac{n_2}{n_1} = 0{,}829$, а $\beta_{гр} = 56°$.

Тоді $\beta_1 = 4°$. Але $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = n_1 = 1{,}609$. Звідси $\sin\alpha_1 = 1{,}609\ \sin 4° = 0{,}1126$; $\alpha_1 = 6°29'$.

380. $f = -20$ *см*. Розв'язування. Збільшення лупи визначається рівністю $N = DZ$, де N — збільшення лупи, D — оптична сила лупи, Z — відстань найкращого зору для нормального ока, яка дорівнює 25 *см*. Визначимо оптичну силу лупи: $D = \frac{N}{Z} = 20$ діоптрій. Оскільки $D = \frac{1}{F}$, то $F = \frac{1}{D} = 5$ *см*. Знайдемо відстань від лупи до зображення за формулою $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$; $\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{1}{5} - \frac{1}{4} =$

$= -\frac{1}{2}$, тобто $f = -20$ *см*. Знак мінус показує, що зображення знаходиться з того самого боку лупи, де знаходиться і сам предмет.

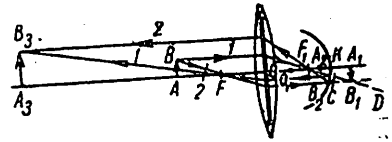


Рис. 164.

381. Тонкий (цигарковий) папір розсіює в усі сторони світлові промені, що потрапляють на нього.

Якщо папір знаходиться на певній відстані від тексту книги, то розбіжні пучки світла, відбитого від білих ділянок сторінки (між літерами), перекриваються на боці цигаркового паперу, оберненому до тексту.

В результаті папір виявиться освітленим приблизно рівномірно, і внаслідок розсіювання ним світла прочитати текст буде неможливо.

Якщо папір щільно прилягає до тексту, то освітленість його буде не рівномірною. Відповідно інтенсивність розсіяного світла буде різною в різних ділянках аркуша паперу. Це і дає змогу прочитати текст.

382. Зображення буде вдвічі більше за предмет і знаходитиметься на відстані 1 *м* перед лінзою. Розв'язування. Побудуємо зображення предмета AB (рис. 164). Промінь 1, що проходить з точки B світного предмета, паралельного до головної оптичної лінзи, після заломлення в лінзі пройде через її фокус F_1 і відіб'ється в точці C від дзеркала. Відбитий промінь йтиме паралельно до головної оптичної осі лінзи і після заломлення в ній пройде через фокус F. Якби за лінзою не стояло дзеркало, то промінь 1 після заломлення йшов би у напрямі CD.

Нехай промінь 2, що виходить з точки B предмета, проходить через фокус лінзи F. Тоді після заломлення в лінзі він піде паралельно головній оптичній осі і після відбивання від дзеркала пройде через фокус F_1, заломиться в лінзі і пройде паралельно головній оптичній осі наліво від лінзи. Якби дзеркала не було, то промінь 2 перетнувся б з продовженням променя 1 у точці B_1 за дзеркалом; ця точка була б зображенням точки B. Здобуте уявне зображення A_1B_1 буде оберненим, таким самим за величиною, як і предмет, і на такій самій відстані від лінзи. Але на шляху променів стоїть угнуте дзеркало. Якщо A_1B_1 розглядати як уявне зображення в цьому дзеркалі, то світним предметом буде відрізок A_2B_2. Його можна розглядати як предмет для лінзи. Відбиті від дзеркала промені знову проходять через лінзу і перетинаються зліва від лінзи в точці B_3. Тоді A_3B_3 і буде дійсним, прямим, удвічі збільшеним зображенням предмета AB. Це зображення буде на відстані 100 *см* від лінзи.

При обчисленні вважаємо, що $AO = 40$ *см*; $OF = OF_1 = 20$ *см*; $F_1K = 10$ *см*. Положення зображення A_1B_1 дістанемо з залежності $\frac{1}{AO} + \frac{1}{OA_1} = \frac{1}{OF_1}$.

Звідси $AO_1 = 40$ *см* і $KA_1 = 10$ *см*. Зображення A_1B_1 має таку саму величину, як і предмет AB. Розглядаючи A_1B_1 як предмет для вгнутого дзеркала, знайдемо положення зображення A_2B_2 з формули $\frac{1}{A_2K} + \frac{1}{KA_1} = \frac{1}{KF_1}$. Враховуючи, що $KA_1 = -10$ *см* і $KF_1 = 10$ *см*, дістанемо $A_2K = 5$ *см*. Відрізок A_2B_2 буде вдвічі менший від A_1B_1, а отже, і від AB.

Розглядаючи A_2B_2 як предмет для лінзи, можна записати: $\frac{1}{OA_2} + \frac{1}{OA_3} = \frac{1}{OF}$, звідки $OA_3 = 100$ *см*.

Зображення A_3B_3 є дійсним, прямим відносно світного предмета AB і знаходиться на відстані 100 *см* від лінзи. Величина зображення A_3B_3 вдвічі більша за предмет AB. Справді, $\frac{OA_3}{OA_2} = 4$, тобто величина зображення A_3B_3 в 4 рази більша за A_2B_2, але ми знаємо, що A_2B_2 вдвічі менша за AB, отже, A_3B_3 буде вдвічі більша від AB.

383. $F = 18$ *см*. Розв'язування. Згідно з умовою задачі можна записати $\frac{f_1}{d_1} = 3$ і $\frac{f_1 - 48}{d_1 + 48} = \frac{1}{3}$. Розв'язавши ці рівняння, дістанемо $d_1 = 24$ *см* і $f_1 = 72$ *см*. Тоді з формули лінзи $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1}$ дістанемо $F = 18$ *см*.

384. $d \approx 100{,}2$ *м*. Розв'язування. Збільшення лінзи фотоапарата $\frac{h_1}{h_2} = \frac{f}{d}$, де h_1 — лінійний розмір знімка по висоті, h_2 — лінійний розмір будинку по висоті, f — відстань зображення на плівці від лінзи, d — відстань предмета (будинку) від лінзи фотоапарата.

Визначимо d: $\frac{f}{d} = \frac{12}{6000}$, звідки $f = \frac{d}{500}$. За формулою лінзи $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{500}{d} = \frac{501}{d}$. Звідси $d \approx 100{,}2$ *м*.

385. $F \approx -52$ *см*. Розв'язування. Оскільки в обох випадках на екран падає весь світловий потік, що проходить через лінзу (рис. 165), а освітленість обернено пропорціональна квадратові відстані, то $\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = 2$, де R_1 і R_2 — відстані від уявного джерела S' до екрана в першому і другому його положеннях. З рисунка видно, що $\frac{R_2}{R_1} = \frac{f + l_2}{f + l_1}$. Отже, $\frac{18 + f}{33 + f} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, звідси $f \approx 19$ *см*.

За формулою лінзи $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$ знаходимо: $F = \frac{df}{f - d} \approx -52$ *см*.

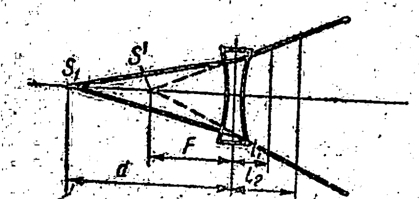


Рис. 165.

386. $F_1 = 75$ *см*. Розв'язування. Фокусна відстань лінзи зв'язана з показником заломлення матеріалу, з якого вона виготовлена, співвідношенням

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \qquad (1)$$

де R_1 і R_2 — радіуси кривини сферичних поверхонь, що обмежують лінзу. Співвідношення (1) справедливе для випадку, коли середовищем, що оточує лінзу, є вакуум, якщо під n розуміти абсолютний показник заломлення. Наближено формула (1) справедлива і для повітря. Якщо лінза знаходиться в якомусь іншому середовищі, то в (1) потрібно підставити $n = \frac{n_2}{n_1}$, де n_2 — абсолютний показник заломлення цього середовища, а n_1 — абсолютний показник заломлення матеріалу, з якого виготовлено лінзу. Тоді дістанемо

$$\frac{1}{F_1} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \qquad (2)$$

З (1) і (2) знаходимо $\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = F_1\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) = F(n-1)$. Звідси

$$F_1 = \frac{n-1}{\frac{n_2}{n_1} - 1} = 75 \text{ см}.$$

387. При розгляданні близьких предметів головна фокусна відстань кришталика менша, ніж при розгляданні віддалених предметів. Відстань від кришталика до сітківки — постійна. Для того щоб на сітківці з'являлись чіткі зображення, повинна змінюватися кривина кришталика. При розгляданні близьких предметів кришталик стає більш опуклим.

388. $D_{\text{н}} \approx 0{,}133$ діоптрії. Розв'язування. Оптична сила системи, що складається з об'єктива і додаткової лінзи (насадки), $D = D_0 + D_{\text{н}}$, де D_0 — оптична сила об'єктива, $D_{\text{н}}$ — оптична сила насадки.

За формулою лінзи оптична сила системи $D = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d}$, де f_1 — відстань від об'єктива з насадкою до зображення, d — незмінна відстань від об'єктива з насадкою до предмета, а оптична сила об'єктива $D_0 = \frac{1}{f_0} + \frac{1}{d}$, де f_0 — відстань від об'єктива без насадки до зображення.

Отже, оптична сила насадки $D_{\text{н}} = D - D_0 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d} - \left(\frac{1}{f_0} + \frac{1}{d}\right) = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_0} \approx 0{,}133$ діоптрії.

389. Окуляр треба присунути ближче на 1 *см* до ока спостерігача. Розв'язування. Об'єктив телескопа дає дійсне, обернене і зменшене зображення. Окуляр, що виконує роль лупи, збільшує це зображення, яке буде уявним. У першому випадку вважаємо, що предмет віддалений на безмежну відстань, тобто $d = \infty$. Тоді $\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$, тобто $f = F$.

Це означає, що фокусна відстань об'єктива і відстань від зображення, яке дає об'єктив, до об'єктива рівні, тобто зображення

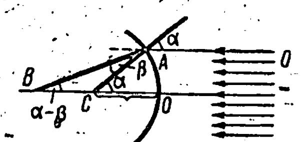


Рис. 166.

знаходитиметься у фокальній площині об'єктива, а внаслідок того, що система телескопічна, — то у фокальній площині окуляра.

У другому випадку $\frac{1}{1}=\frac{1}{100}+\frac{1}{f}$, звідки $f=\frac{100}{99}$ *м* $\approx 1{,}01$ *м*.

Це означає, що при розгляданні предметів, віддалених на 100 *м*, об'єктив дає зображення не у фокусі, а на відстані 1 *см* від фокуса. Отже, щоб зберегти чітке зображення (зображення у фокусі окуляра) і те саме збільшення, окуляр треба пересунути ближче на 1 *см* до ока спостерігача.

390. $BO=1{,}8R$. Р о з в'я з у в а н н я. Розглянемо трикутник ABC (рис. 166) і скористаємося теоремою синусів: $\frac{BC}{\sin\beta}=\frac{CA}{\sin(\alpha-\beta)}$, де $CA=R$ (C — центр сферичної поверхні). За умовою задачі кути α і β малі (промінь AB дуже близький до BO — пучок променів тонкий). Отже, синуси можна замінити самими кутами, вираженими в радіанах. Тому $BC=R\frac{\beta}{\alpha-\beta}$. Поділимо чисельник і знаменник на β і величину $\frac{\alpha}{\beta}$ замінимо показником заломлення середовища n, тому що $n=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{\alpha}{\beta}$. Тоді $BC=R\frac{1}{n-1}$, $BO=BC+R=\frac{n}{n-1}R=1{,}8R$.

391. Далекозорому, бо відстань найкращого зору в далекозорої людини більша ніж у короткозорої.

392. $D=2$ діоптрії. Р о з в'я з у в а н н я. Відстань найкращого зору для очей людини дорівнює 50 *см*, тоді як для нормального ока відповідна відстань дорівнює 25 *см*.

Далекозора людина носить окуляри такої оптичної сили, щоб промені, які падають від точок, віддалених на 25 *см*, фокусувалися оптичною системою окуляри — око на сітківці, тобто в тому самому місці, де фокусуються промені, що падають від точок предмета, віддаленого в цьому випадку на 50 *см*, який розглядається неозброєним оком.

Напишемо формули лінзи для неозброєного ока і озброєного. $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$ і $\frac{1}{d_0}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}+\frac{1}{F_1}$, де $d_1=50$ *см*, $d_0=25$ *см*; f — глибина ока; $\frac{1}{F_1}$ — оптична сила окулярів, $\frac{1}{F}$ — оптична сила ока.

При цьому ми робимо спрощення, вважаючи, що оптична сила системи окуляри — око дорівнює сумі оптичної сили окулярів і очей.

Віднявши від другого рівняння перше, дістанемо $\frac{1}{F_1}=\frac{1}{d_0}-\frac{1}{d_1}=2$ діоптрії.

393. $t\approx 0{,}0037$ *сек*. Р о з в'я з у в а н н я. Зміщення зображення на знімку h так відноситься до зміщення спортсмена H, як відстань від зображення до оптичного центра об'єктива до відстані до предмета: $\frac{h}{H}=\frac{f}{d}$, звідки $H=\frac{hd}{f}$, а мінімальна витримка $t=\frac{H}{v}=\frac{hd}{fv}$.

Визначимо f з формули лінзи $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$: $f=\frac{dF}{d-F}$. Підставивши це значення f у формулу для t, дістанемо: $t=\frac{h(d-F)}{Fv}\approx$ $\approx 0{,}0037$ *см*.

394. $t_{max}=\frac{ld}{Fv\sin^2\alpha}$. В к а з і в к а. Поїзд знаходиться від фотографа на відстані $\frac{l}{\sin\alpha}$. Складова швидкості поїзда в напрямі, перпендикулярному до променя зору (лише вона зумовлює розмиття зображення), є $v\sin\alpha$. Швидкість переміщення зображення поїзда на фотопластинці $v_3=\frac{Fv\sin^2\alpha}{l}$, тоді $t_{max}=\frac{d}{v_3}=\frac{ld}{Fv\sin^2\alpha}$.

395. $F_2\approx 1{,}1$ *см*. Р о з в'я з у в а н н я. Збільшення мікроскопа $k=\frac{\delta D}{F_1F_2}$, де δ — відстань найкращого зору (25 *см*), D — відстань між окуляром і об'єктивом, F_1 і F_2 — фокусні відстані відповідно окуляра і об'єктива. Тоді $F_2=\frac{\delta D}{F_1k}$. Але $D=F_1+F_2+l$, де l — відстань між фокусами об'єктива і окуляра. Звідси дістаємо $F_2=\frac{\delta(F_1+F_2+l)}{F_1k}$ або $F_2=\frac{\delta(F_1+l)}{F_1k-\delta}\approx 1{,}1$ *см*.

396. Слід наблизити окуляр до об'єктива так, щоб збіглись головні фокуси.

397. $F_1-F_2=\frac{f^2}{f+25}$. Р о з в'я з у в а н н я. Кришталик ока може деформуватися, і при цьому змінюється кривина поверхонь кришталика, що зумовлює зміну його оптичної сили (або головної фокусної відстані).

Коли людина розглядала зірку, оптична сила кришталика ока була $D_1=\frac{1}{F_1}=\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f}$, де d_1 — відстань від кришталика до зірки, f — стала відстань від центра кришталика до сітківки ока, на якій виникає зображення предмета, F_1 — головна фокусна відстань кришталика. Оскільки $d_1=\infty$, то $F_1=f$.

Коли людина читає книгу, то оптична сила кришталика $D_2=\frac{1}{F_2}=\frac{1}{d_2}+\frac{1}{f}$, де d_2 — відстань від кришталика ока до книги ($d_2=25$ *см*), F_2 — головна фокусна відстань кришталика при читанні книги. Звідси $F_2=\frac{25f}{f+25}$.

Тоді зміна головної фокусної відстані $F_1 - F_2 = f - \frac{25f}{f + 25} = \frac{f^2}{f + 25}$.

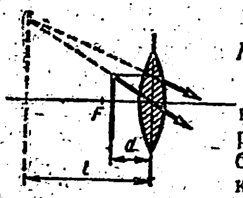


Рис. 167.

398. Короткозорий спостерігач повинен всунути окуляр. Розв'язування. З окуляра мікроскопа в око спостерігача йде розбіжний пучок променів (рис. 167). Уявна точка перетину цих променів повинна бути на відстані найкращого зору.

Позначимо відстань найкращого зору короткозорого спостерігача через l, спостерігача з нормальним зором через l_1, відстань від окуляра до зображення предмета для короткозорого спостерігача через d, а ту саму відстань для людини з нормальним зором—через d_1. Оптична сила окуляра для ока буде $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{l}$, а для нормального ока $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{l}$. З цих рівнянь маємо $\frac{1}{d} - \frac{1}{l} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{l_1}$.

Для короткозорого спостерігача $l < l_1$, тому $d_1 > d$; отже, короткозорий спостерігач повинен наблизити окуляр до зображення, утвореного об'єктивом, тобто всунути окуляр.

399. $D' \approx -2{,}7$ діоптрії; $D'' = 2$ діоптрії. Розв'язування. Нормальне око бачить текст книжки на відстані 25 см (відстань найкращого зору). Зображення тексту книжки в цьому разі знаходиться на поверхні сітківки ока. Короткозора людина і далекозора на такій відстані тексту не побачать, бо в першого спостерігача зображення буде перед сітківкою (рис. 168, *а*), а в другого — за сітківкою (рис. 168, *б*). Щоб зображення тексту книжки було на сітківці, треба: 1) оптичну силу кришталика ока короткозорої людини зменшити, помістивши перед оком розсіювальну лінзу (окуляри) (рис. 168, *в*); 2) оптичну силу кришталика ока далекозорої людини збільшити, помістивши перед оком збирну лінзу (рис. 168, *г*).

Оптична сила кришталика ока короткозорої людини $D_1 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{0{,}15}$, де f_1 — відстань від центра кришталика до сітківки.

Оптична сила системи, що складається з кришталика ока і окулярів (розсіювальної лінзи), буде:

$D_1 + D' = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{0{,}25}$. Звідси оптична сила окулярів короткозорої людини $D' = \frac{1}{0{,}25} - \frac{1}{0{,}15} \approx -2{,}7$ діоптрії.

Оптична сила кришталика ока далекозорої людини $D_2 = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{0{,}5}$.

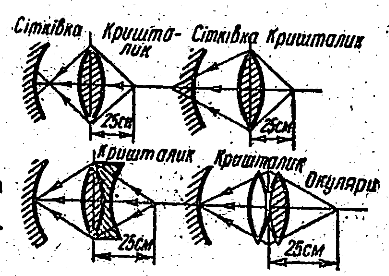


Рис. 168.

Оптична сила системи, що складається з кришталика ока і окулярів (збирної лінзи), $D_2 + D'' = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{0{,}25}$, звідки оптична сила окулярів далекозорої людини $D'' = \frac{1}{0{,}25} - \frac{1}{0{,}50} = 2$ діоптрії.

400. Світловий потік, що надходить в око через зрачок, коли спостерігають за зіркою за допомогою телескопа, більший, ніж світловий потік, який потрапляє в неозброєне око, в стільки разів, у скільки площа об'єктива більша за площу «вхідного зрачка» ока. Наприклад, об'єктив телескопа, що має діаметр 60 см, перехоплює в 10 000 раз більше світла, ніж це може зробити неозброєне око з діаметром зрачка 6 мм. Завдяки цьому зображення буде настільки яскравим, що зірки можна розглядати в телескоп навіть удень. Телескопи, що мають об'єктиви діаметром кілька метрів, дають змогу бачити зірки в десятки і сотні тисяч разів менш яскраві, ніж ті, які можна побачити неозброєним оком.

401. $k = 180$. Розв'язування. Збільшення мікроскопа $k = \frac{f_1}{d} \cdot \frac{f}{d_2}$, де $f = 25$ см — відстань найкращого зору. Значення f_1 і d_2 визначимо з формули лінзи: для об'єктива $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F_1}$, звідки $f_1 = \frac{dF}{d - F_1}$; для окуляра $\frac{1}{d_2} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F_2}$, звідки $d_2 = \frac{fF_2}{f + F_2}$. Отже, збільшення мікроскопа $k = \frac{f_1}{d} \cdot \frac{f}{d_2} = \frac{F_1}{d - F_1}\left(\frac{f}{F_2} + 1\right) = 180$.

402. Розв'язування. Скориставшись формулою тонкої лінзи $\frac{1}{F} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$, знайдемо фокусну відстань збирної лінзи:

$\frac{1}{F_1} = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{2(n_1 - 1)}{R_1}$; звідси $F_1 = \frac{R_1}{2(n_1 - 1)} = 30$ см.

Аналогічно визначимо фокусну відстань розсіювальної лінзи:

$$\frac{1}{F_2} = -(n_2 - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$ але $R_2 \approx 0$, тоді

$$F_2 = -\frac{R_1}{n_2 - 1} = -50 \text{ см}.$$

Перше зображення дістанемо від збирної лінзи (тому що її діаметр більший за діаметр розсіювальної лінзи), а друге зображення — від системи обох лінз.

Знайдемо відстань до першого зображення: $\frac{1}{s_1} = \frac{1}{F_1} - \frac{1}{s} = \frac{1}{45}$; $s_1 = 45$ см. Аналогічно визначаємо відстань до другого зображення: $\frac{1}{s_2} = \frac{1}{F} - \frac{1}{s}$ де F — фокусна відстань системи двох лінз. Цю відстань можна визначити так: $\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} = \frac{1}{75}$; звідси $F = 75$ см.

Тоді $\frac{1}{s_2}=\frac{1}{F}-\frac{1}{s}=\frac{1}{450}$; отже $s_2 \doteq 450$ *см.*

403. $v \approx 695$ *км/сек.* Розв'язування. Формула Ейнштейна для закону збереження енергії при фотоефекті має такий вигляд:

$$h\nu = \frac{mv^2}{2} + A.$$

Враховуючи співвідношення між частотою світла ν і довжиною хвилі λ: $\nu = \frac{c}{\lambda}$, формулу можна записати так: $\frac{hc}{\lambda} = \frac{mv^2}{2} + A$.

Визначимо роботу виходу електрона. Якби на пластинку падало світло з довжиною хвилі, яка дорівнює довжині хвилі червоної межі фотоефекту λ_0, то вся енергія витрачалася б повністю на виконання роботи виходу, тобто $\frac{hc}{\lambda_0} = A$.

Віднявши цю рівність від попередньої, дістанемо $hc\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right) = \frac{mv^2}{2}$, звідки $v = \sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)} \approx 695$ *км/сек.*

404. Обидві смужки виявляться зміщеними, причому фіолетова смужка буде зміщена більше, ніж червона.

405. Розв'язування. Припустимо, що поглинання фотона вільним електроном відбулося. Тоді енергія фотона і його кількість руху повинні повністю перейти до електрона. Отже, повинні справджуватись співвідношення $h\nu = \frac{1}{2}mv^2$ і $\frac{h\nu}{c} = mv$, які виражають закони збереження енергії і кількості руху (для зручності вважаємо, що електрон до поглинання фотона був нерухомий). Оскільки швидкість світла c більша від швидкості електрона v, то очевидно, що обидва співвідношення не можуть виконуватися одночасно. Це означає, що наше припущення про поглинання фотона вільним електроном суперечить законам збереження енергії і кількості руху. Отже, вільний електрон не може поглинути фотон.

406. $\varphi \approx 1{,}7$ *в.* Розв'язування. З опромінюваної мідної кульки вириваються електрони, внаслідок чого вона заряджається позитивно. Потенціал кульки збільшується до тих пір, поки не буде дорівнювати затримуючому потенціалу для міді. Згідно з законом Ейнштейна, можна записати: $h\nu = A + e\varphi$, де A — робота виходу, а φ — затримуючий потенціал. Звідси $\varphi = \frac{h\nu}{e} - \frac{A}{e} = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{A}{e} \approx 1{,}7$ *в.*

407. Швидкий електрон, зустрічаючи на своєму шляху атом, вириває з його оболонки електрон і передає йому значну кінетичну енергію. Вирваний електрон може пройти помітну відстань в середовищі, іонізуючи зустрічні атоми.

408. Можна відрізнити за результатами взаємодії гамма-квантів і нейтронів з речовиною. Результатом взаємодії гамма-квантів з речовиною є швидкі електрони і повільні ядра. Оскільки гамма-промені мають малу масу, то, стикаючись з ядром, вони передають йому малу частину своєї енергії. Маса m електрона мала, тому гамма-промені передають йому значну частину своєї енергії. У камері Вільсона, пронизуваній гамма-променями, спостерігаються лише сліди електронів. Рух ядер внаслідок їх малої енергії непомітний.

Результатом взаємодії нейтронів з речовиною є швидкі ядра віддачі і повільні електрони. Оскільки маса нейтрона такого самого порядку, як і маса легких ядер, то нейтрон здатний передати легким ядрам при зіткненні з ними більшу частину своєї енергії. Внаслідок того що електрон має малу масу, нейтрон, стикаючись з ним, передає незначну частину своєї енергії. У камері Вільсона буде видно лише жирні сліди ядер віддачі.

409. Довжина дифракційної хвилі обернено пропорціональна швидкості частинок. Отже, швидким нейтронам відповідає така мала довжина хвилі, що явище дифракції залишається непомітним

410. Швидкі нейтрони найчастіше вилітають з товщі речовини урану, не встигнувши вступити в ядерну реакцію. Повільні нейтрони знаходяться поблизу ядра довше, що створює умови для захоплення їх ядром урану.

411. Доза опромінення $\approx 0{,}1$ рентгена. Розв'язування. Потенціал дозиметра зменшився в результаті нейтралізації частини його заряду іонами, що виникли в камері при опроміненні. Визначимо величину заряду, що нейтралізувався: $q = C\Delta U$. Цьому заряду відповідає кількість пар іонів $N = \frac{q}{q_1}$, де q_1 — заряд одновалентного іона. Тоді $N = \frac{C\Delta U}{q_1} \approx 0{,}38 \cdot 10^9$ пар іонів. Одному рентгенові відповідає доза опромінення, за якої в 1 $см^3$ повітря виникає $2{,}082 \times 10^9$ пар іонів. Отже, зареєстрована дозиметром доза опромінення дорівнює $\frac{0{,}38 \cdot 10^9}{1{,}8 \cdot 2{,}082 \cdot 10^9}$ рентген $\approx 0{,}1$ рентгена.

412. $u \approx 2{,}7 \cdot 10^5$ *м/сек.* Розв'язування. На основі закону збереження кількості руху можна записати $u = \frac{m}{M}v$, де m — маса α-частинки, v — її швидкість, а M — маса ядра RaB. Швидкість α-частинки $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$, тоді $u = \frac{m}{M}\sqrt{\frac{2E}{m}} = \frac{1}{M}\sqrt{2mE} \approx 2{,}7 \times 10^5$ *м/сек.*

ТЕКСТИ І РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ, ЗАПРОПОНОВАНИХ НА І РЕСПУБЛІКАНСЬКІЙ ОЛІМПІАДІ ЮНИХ ФІЗИКІВ

З 25 по 30 березня 1964 р. Міністерство освіти УРСР і Харківський державний університет ім. О. М. Горького провели І республіканську олімпіаду юних фізиків. В олімпіаді брали участь учні VIII—XI класів — переможці обласних олімпіад і олімпіад м. Києва і Севастополя.

Нижче подано тексти і розв'язки задач, запропонованих на цій олімпіаді.

VIII КЛАС

1. Пояснити, чому в ясну місячну ніч на поверхні водойми видно місячну доріжку. Дати пояснювальні рисунки. Від чого залежить довжина місячної доріжки?

Р о з в'я з у в а н н я. Місячна доріжка на поверхні води виникає внаслідок відбивання світла від дрібних хвиль, що розходяться в різних напрямах. Кожна маленька хвиля дає окреме зображення Місяця, а всі освітлені хвилі разом утворюють одну фігуру, яка являє собою довгу світну пляму.

Нехай N і N_1 (рис. 169) є крайні положення дрібних хвиль, за яких відбите від хвиль світло ще потраплятиме в наше око. Відстань між N і N_1 буде довжиною місячної доріжки. В усіх точках між N і N_1 знайдуться такі ділянки хвиль, які матимуть достатній кут нахилу, щоб відбивати промені в напрямі до нашого ока.

Довжина місячної доріжки залежить від висоти Місяця над горизонтом: чим нижче Місяць, тим більша довжина доріжки, а також від крутості схилів хвиль на поверхні води.

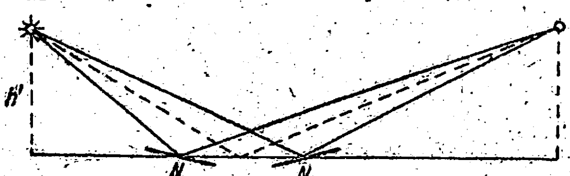


Рис. 169.

(*Торчинський Олександр*. середня школа № 174 м. Києва).

2. Скільки витків нікелінового дроту $\left(\rho = 0{,}4\ ом\ \frac{мм^2}{м}\right)$ треба навити на фарфоровий циліндр діаметром $d_1 = 1{,}5$ *см*, щоб зробити кип'ятильник, в якому протягом 10 *хв* закипає $m = 120$ *г* води, початкова температура якої $t_0^\circ = 10^\circ$ С? К. к. д. нагрівника вважати таким, що дорівнює 60%; діаметр дроту $d_2 = 0{,}2$ *мм*, напруга $U = 120$ *в*.

Р о з в'я з у в а н н я. Щоб знайти шукану величину, треба знати опір провідника. Його можна знайти за законом Джоуля—Ленца, знаючи кількість теплоти, яка витрачається на нагрівання 120 *г* води:

$$Q = cm\left(t_1^\circ - t_0^\circ\right) = 10\,800\ кал.$$

Кількість теплоти, яка виділяється в результаті проходження електричного струму, буде:

$$Q_1 = Q\,\frac{100}{60} = 18\,000\ кал.$$

Скориставшись законом Джоуля—Ленца, визначимо опір дроту кип'ятильника: $Q_1 = 0{,}24\,\frac{U^2}{R}\,t$, звідки $R = \frac{0{,}24U^2t}{Q_1} = 80\ ом$.

Тепер визначимо довжину дроту кип'ятильника, знаючи його опір, питомий опір і поперечний переріз: $l = \frac{RS}{\rho}$, але $S = \frac{\pi d_2^2}{4}$, тоді

$$l = \frac{R\pi d_2^2}{4\rho} = 6{,}28\ м = 628\ см.$$

Знайдемо тепер кількість витків дроту: $n = \frac{l}{\pi d_1} = 133{,}3$.

В і д п о в і д ь. Для виготовлення кип'ятильника потрібно навити на фарфоровий циліндр 133 витки нікелінового дроту.

(*Цвинтарний Володимир*, Київська спеціалізована школа-інтернат фізико-математичного профілю).

3. Два споживачі з опорами R_1 і R_2 вмикають у мережу з напругою U один раз паралельно, а другий раз — послідовно. В якому з цих випадків споживається більша потужність від мережі?

Р о з в'я з у в а н н я. Послідовно сполучені споживачі від мережі споживають потужність:

$$N_1 = \frac{U^2}{R_1 + R_2}.$$

Якщо споживачі сполучити паралельно, то вони споживають потужність:

$$N_2 = \frac{U^2}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}.$$

Відомо, що $R_1 + R_2 > \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$, якщо R_1 і R_2 — цілі числа.

Звідси $\frac{U^2}{R_1+R_2} < \frac{U^2}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}$, отже і $N_1 < N_2$.

Таким чином, послідовно сполучені споживачі використовують меншу потужність, ніж паралельно сполучені.

(*Харкунов Володимир*, восьмирічна школа № 1 м. Донецька).

4. Електричне коло складено з дев'яти провідників, що утворюють шестикутник з діагоналями, які виходять з однієї і тієї самої вершини A. Опір кожного провідника $r = 1$ *ом*.

Визначити опір усього кола між точками A і B (точка B — протилежна вершина відносно до A).

Розв'язування. Зобразимо схему сполучення провідників (рис. 170).

Визначимо опір двох провідників r_1 і r_2. Вони сполучені послідовно, тому їх опір дорівнює 2 *ом*.

Опір ділянки AD дорівнюватиме:

$$\frac{1}{r_{AD}} = \frac{1}{r_1 + r_2} + \frac{1}{r_3}; \quad \frac{1}{r_{AD}} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}; \quad r_{AD} = \frac{2}{3} \text{ ом}.$$

Додаємо до опору ділянки AD опір r_8:

$$r_{AD} + r_8 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3} \text{ ом}.$$

Аналогічно знайдемо опір ділянки AF:

$$\frac{1}{r_{AF}} = \frac{1}{r_6 + r_7} + \frac{1}{r_5}; \quad \frac{1}{r_{AF}} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}; \quad r_{AF} = \frac{2}{3} \text{ ом}.$$

До цього опору додамо опір r_9:

$$r_{AF} + r_9 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3} \text{ ом}.$$

Тепер знайдемо загальний опір між точками A і B:

$$\frac{1}{r_{AB}} = \frac{1}{r_{AD} + r_8} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_{AF} + r_9} = \frac{3}{5} + 1 + \frac{3}{5} = \frac{11}{5};$$

$$r_{AB} = \frac{5}{11} \text{ ом}.$$

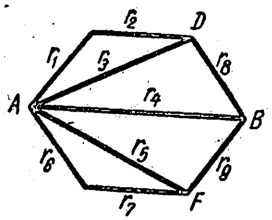


Рис. 170.

Відповідь. Загальний опір дев'яти провідників між точками A і B дорівнює $\frac{5}{11}$ *ом*.

(*Глинський Геннадій*, Київська спеціалізована школа-інтернат фізико-математичного профілю).

5. На збирну лінзу паралельно головній оптичній осі падає пучок променів. По другий бік лінзи у фокусі перпендикулярно до головної оптичної осі поставлено плоске дзеркало. Як підуть промені, що пройшли через лінзу, після відбивання від дзеркала?

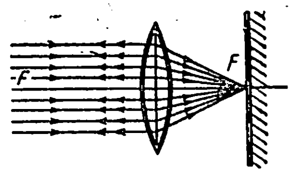


Рис. 171.

Розв'язування. Промені, що йдуть паралельно головній оптичній осі, заломившись у лінзі, проходять через фокус цієї лінзи.

У фокусі перпендикулярно до головної оптичної осі поставлено дзеркало. Промені після заломлення в лінзі відбиваються від поверхні дзеркала в точці F (рис. 171) і знову йдуть до лінзи. Відомо, що кут падіння променів дорівнює куту відбивання, отже, кути, утворені падаючим і відбитим променями з головною оптичною віссю, рівні.

Таким чином, відбиті від поверхні плоского дзеркала промені, проходячи через лінзу, заломлюються і знову йдуть паралельно головній оптичній осі, але в протилежному напрямі.

(*Бахмач Лілія*, Александрійська восьмирічна школа № 3 Кіровоградської області).

IX КЛАС

1. Космічний корабель з площею лобового перерізу 49 $м^2$, що летить з швидкістю 10 *км/сек*, потрапляє в хмару мікрометеорів з густиною 1 мікрометеор в 1 $м^3$ простору. Маса кожного мікрометеора 0,02 *г*. На скільки повинна зрости тяга двигуна, щоб швидкість корабля не змінилася? Удар мікрометеора об обшивку корабля вважати непружним.

Розв'язування. Для спрощення вважаємо, що мікрометеори до стикання з космічним кораблем були нерухомими. За відрізок часу $\Delta t = 1$ *сек* корабель пройде шлях 10 000 *м* і за цей час він зустрінеться з $N = 1\ \frac{1}{м^3} \cdot 10\,000\ м \cdot 49\ м^2 = 49\,000$ мікрометеорами, загальна маса яких буде $M = mN = 0{,}02\ г \cdot 49\,000 = 9800\ г = 9{,}8\ кг$.

Оскільки удар метеорів об обшивку корабля непружний, то при постійній швидкості корабля він повинен надати цим метеорам кількості руху Mv.

Поки корабель не потрапить у хмару мікрометеорів, тяга двигуна була $F_0 = \frac{mv}{t}$, тобто $F_0 t = mv$, де F_0 — сила тяги двигуна, m — маса корабля.

Після того як корабель потрапив у хмару мікрометеорів, $(F_0 + f)\,t = (m + M)\,v$, де f — величина, на яку повинна зрости сила тяги двигуна космічного корабля.

Розв'язавши систему

$$\begin{cases} F_0 t = mv, \\ (F_0 + f)\,t = (m + M)\,v, \end{cases}$$

дістанемо $ft = Mv$, звідки $f = \frac{Mv}{t} = 98\,000\ н$.

Відповідь. Тяга двигуна повинна зрости на 98 000 *н*.

(*Кучеренко Юрій*, Київська спеціалізована школа-інтернат фізико-математичного профілю).

2. Вірьовка довжиною 20 *м* перекинута через блок. У початковий момент вірьовка висить симетрично і перебуває в спокої. Потім внаслідок незначного поштовху вона починає рухатись по блоку. Якою буде швидкість вірьовки, коли вона зійде з блока? Висота підвісу блока більша за довжину вірьовки. Тертям, масою і розмірами блока нехтувати.

Розв'язування. Коли вірьовка висить на блоці нерухомо, центр її ваги знаходиться по вертикалі від верхньої точки блока на відстані приблизно $\frac{l}{4}$, де l — довжина всієї вірьовки. Коли вірьовка повністю зійде з блока, центр ваги цієї вірьовки зміститься на її середину, тобто буде на відстані $\frac{l}{2}$ від верхньої точки блока.

Отже, центр ваги вірьовки зміститься на відстань $\frac{l}{2} - \frac{l}{4} = \frac{l}{4}$.

За законом збереження енергії, робота по переміщенню центра ваги вірьовки дорівнює кінетичній енергії вірьовки в момент сходження її з блока, тобто $mg\frac{l}{4} = \frac{mv^2}{2}$, звідки $v = \sqrt{g\frac{l}{2}} \approx 10$ *м/сек*.

Енергією, яка була затрачена на поштовх вірьовки на початку руху, нехтуємо.

Відповідь. Коли вірьовка зійде з блока, швидкість її буде приблизно 10 *м/сек*.

(*Олефіренко Георгій*, середня школа № 8 м. Сум).

3. Два тягарі з масами m_1 і m_2 зв'язані ниткою, перекинутою через блок радіусом r, вісь якого горизонтальна. Блок щільно насаджено на вісь, на кінці якої закріплено чотири тонкі спиці довжиною l, розташовані по взаємно перпендикулярних радіусах. На кінцях спиць закріплено невеликі важкі кульки, маса кожної з яких m. Якщо цю систему розгальмувати, тягарі починають рухатись.

Знайти прискорення, з яким рухаються тягарі m_1 і m_2, вважаючи, що тертя в осі блока відсутнє і нитка не ковзає по блоку. Масами нитки, блока і спиць нехтувати.

Розв'язування. Після розгальмування тягарі m_1 і m_2 рухаються з прискоренням a в бік більшого тягаря. Кульки маси m рухатимуться з лінійним прискоренням a_1, причому відношення прискорень буде $\frac{a_1}{a} = \frac{l}{r}$, звідки $a_1 = \frac{al}{r}$.

Відповідно до цього сила, що надає прискорення цим чотирьом кулькам, $F_1 = 4ma_1$. Але для того щоб на кінці плеча l дістати силу F_1, треба до плеча r прикласти силу F, тобто $Fr = F_1 l$, звідки $F = \frac{F_1 l}{r}$.

Оскільки $F_1 = 4ma_1$ і $a_1 = \frac{al}{r}$, то $F = \frac{4mal^2}{r^2}$.

Сила, що виникає внаслідок різниці у вазі тягарів, повинна дорівнювати сумі сил, що приводять у прискорений рух маси m_1, m_2 і $4m$. Отже, $(m_1 - m_2)g = F + (m_1 + m_2)a$, тобто $(m_1 - m_2)g = \frac{4mal^2}{r^2} + (m_1 + m_2)a$, звідки $a = \frac{(m_1 - m_2)g}{4\frac{ml^2}{r^2} + m_1 + m_2}$.

Відповідь. Тягарі m_1 і m_2 рухаються з прискоренням $a = \frac{(m_1 - m_2)g}{4\frac{ml^2}{r^2} + m_1 + m_2}$. (*Грегоржевський Олег*, середня школа № 23 м. Дніпропетровська).

4. Абсолютно пружна кулька вільно падає і, пролетівши 4,9 *м*, торкається поверхні рухомої площини в точці A. Кут нахилу площини до горизонту 45°, горизонтальна швидкість похилої площини $v = 9{,}8$ *м/сек*.

На якій відстані від точки A відбудеться наступний співудар кульки з площиною?

Як рухалася б кулька після першого співудару, якби похила площина рухалася з швидкістю 9,8 *м/сек* в протилежному напрямі?

Розв'язування. Будемо розв'язувати задачу в інерціальній системі координат, зв'язаній з похилою площиною (рис. 172). Тоді горизонтальна складова швидкості кульки до моменту першого зіткнення з площиною буде $v_x = -v$. Вертикальна складова швидкості руху кульки до моменту першого зіткнення $v_y = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ м/сек}^2 \cdot 4{,}9 \text{ м}} = 9{,}8$ *м/сек*. Отже, $v_x = v_y$, тобто швидкість кульки до моменту першого зіткнення нормальна до площини і дорівнює $\sqrt{2}v$. З такою самою, але протилежно напрямленою швидкістю v_0 почне рухатись кулька по параболі після першого співудару.

Тоді рівняння руху кульки матиме такий вигляд:

$$x = v_x t; \quad y = v_y t - \frac{gt^2}{2}.$$

Для довільної точки площини, в тому числі і для точки B, $x = -y$. Отже, $vt = -vt + \frac{gt^2}{2}$.

Розв'язавши це рівняння, дістанемо: $t_1 = \frac{4v}{g}$ і $t_2 = 0$.

Підставивши це значення t_1 в рівняння $x = v_x t$, дістанемо $x = \frac{4v^2}{g}$. Шукана відстань $AB = \frac{x}{\cos\alpha}$, де $\alpha = 45°$. Тоді $AB = \frac{4\sqrt{2}v^2}{g} = 56$ *м*.

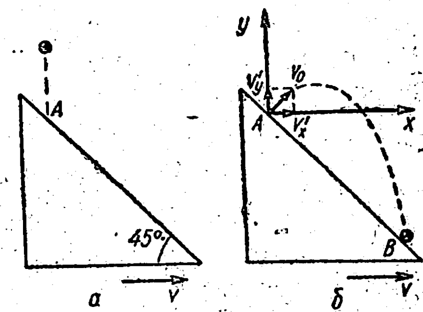


Рис. 172.

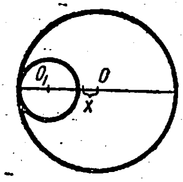


Рис. 173.

Таким чином, наступний співудар кульки з площиною стався приблизно на відстані 56 *м* від першого.

Якби кулька падала на площину, що рухається з швидкістю 9,8 *м/сек* у протилежному напрямі, після зіткнення з площиною вона рухалася б по ній рівномірно-прискорено вздовж похилої площини з початковою швидкістю в точці дотику $\sqrt{2}v$.

(*Полікарпов Борис*, середня школа № 30 м. Запоріжжя).

5. На круглому столі, кришка якого має радіус R і масу M, лежить, торкаючись до краю кришки, диск радіусом r і масою m. Де повинні бути розташовані ніжки стола, щоб вони однаково тиснули на підлогу?

Розв'язування. Відомо, що центр ваги диска лежить в його геометричному центрі, тому центр ваги цієї системи буде на їх лінії центрів, ближче до центра кришки стола (рис. 173).

Припустимо, що центр ваги системи кришка — диск лежить на відстані x від центра ваги кришки. Тоді з рівності моментів сил можемо записати: $\frac{Mg}{mg} = \frac{R-x-r}{x}$, звідси $x = \frac{m(R-r)}{M+m}$.

Знаючи центр ваги системи, можемо розташувати ножки стола по довільному концентричному колу з центром у центрі ваги. Ножки можна розташувати у вершинах правильного многокутника, трикутника, чотирикутника, які лежать на цьому довільному колі.

(*Докашенко Володимир*, середня школа № 36 м. Харкова).

X КЛАС

1. На дні ставка глибиною $h = 2$ *м* виділяються бульбашки газу діаметром $d_1 = 0{,}05$ *мм*.

Якими будуть діаметри d_2 цих бульбашок, коли вони піднімуться до поверхні води?

Коефіцієнт поверхневого натягу води $\alpha = 73$ *дин/см*.

Розв'язування. Оскільки температуру води на глибині h і біля поверхні ставка можна вважати однаковою, то для розв'язання задачі можна скористатися законом Бойля — Маріотта.

Тиск газу в бульбашці на глибині h буде: $p_1 = p_0 + \rho gh + \frac{4\alpha}{d_1}$, де p_0 — атмосферний тиск, ρgh — тиск води на глибині h, $\frac{4\alpha}{d_1}$ — тиск, створюваний поверхневим натягом.

Тиск газу в бульбашці біля поверхні ставка $p_2 = p_0 + \frac{4\alpha}{d_2}$.

Об'єм бульбашки на глибині h буде $V_1 = \frac{1}{6}\pi d_1^3$, а біля поверхні $V_2 = \frac{1}{6}\pi d_2^3$. Підставивши ці значення у формулу закону Бойля —

Маріотта, дістанемо: $\left(p_0 + \rho gh + \frac{4\alpha}{d_1}\right)\frac{1}{6}\pi d_1^3 = \left(p_0 + \frac{4\alpha}{d_2}\right)\frac{1}{6}\pi d_2^3$ або $\left(p_0 + \rho gh + \frac{4\alpha}{d_1}\right)d_1^3 = \left(p_0 + \frac{4\alpha}{d_2}\right)d_2^3$, розв'язання цього рівняння можна дещо спростити, врахувавши, що $p_0 d_1^3 \approx p_0 d_2^3$, оскільки d_1 і d_2 незначно відрізняються між собою.

Тоді $\rho ghd_1^3 + 4\alpha d_1^2 = 4\alpha d_2^2$, звідки $d_2 = \sqrt{\frac{\rho ghd_1^3}{4\alpha} + d_1^2} = d_1 \times \sqrt{\frac{\rho ghd_1}{4\alpha} + 1} \approx 6{,}5 \cdot 10^{-3}$ *см*.

(*Шустряков Валерій*, Київська спеціалізована школа-інтернат фізико-математичного профілю).

Примітка. Припущення, що $p_0 d_1^3 \approx p_0 d_2^3$, призвело до явно завищеного значення d_2. Задача розв'язується дуже просто, коли врахувати, що $p_0 + \rho gh \gg \frac{4\alpha}{d_1}$ і $p_0 \gg \frac{4\alpha}{d_2}$, а тому ці члени можна відкинути, тобто можна нехтувати поверхневим натягом води. Тоді $d_2 = d_1\sqrt[3]{1 + \frac{\rho gh}{p_0}} \approx 5{,}3 \cdot 10^{-3}$ *см*.

2. Пилинка масою m, що несе заряд q, вільно падає у вакуумі між двома горизонтальними пластинами. Через якийсь час після початку падіння на пластини подається певна різниця потенціалів. Під дією електричного поля падіння пилинки гальмується.

Визначити, яка різниця потенціалів була подана на пластини, якщо відстань між ними d, а загальний шлях, пройдений пилинкою до моменту, коли її швидкість стала дорівнювати нулю, дорівнює H.

Прискорення вільного падіння g.

Розв'язування. На пилинку (до моменту подання на пластини різниці потенціалів) діяла тільки сила земного тяжіння і тому за t *сек* вона пройшла шлях $s = \frac{gt^2}{2}$.

Електростатичне поле гальмує рух пилинки. На пилинку з боку електростатичного поля діє сила $F = q\frac{U}{d}$. Робота електростатичного поля по гальмуванню руху пилинки на шляху $(H - s)$, за законом збереження енергії, повинна дорівнювати роботі сили ваги на загальному шляху H, тобто $mgH = q\frac{U}{d}(H - s)$ або $mgH = q\frac{U}{d}\left(H - \frac{gt^2}{2}\right)$. Звідси

$$U = \frac{mgHd}{q\left(H - \frac{gt^2}{2}\right)}.$$

(*Капустін Володимир*, середня школа № 4 м. Вінниці).

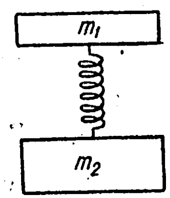


Рис. 174.

3. Дві пластинки масами m_1 і m_2 скріплені пружиною і знаходяться одна над одною (рис. 174).

З якою силою треба притиснути верхню пластинку, щоб після припинення дії цієї сили верхня пластинка, підскочивши, змогла підняти нижню? Масою пружини нехтувати.

Розв'язування. Після припинення дії сили на верхню пластинку пружина розтягнеться. Нехай x_2 — найбільше видовження пружини відносно її недеформованого стану. При цьому до кінців пружини прикладені однакові і протилежно напрямлені сили kx, які розтягують пружину (k — коефіцієнт пружності). До нижнього кінця пружини ця сила прикладена з боку пластинки m_2. За третім законом механіки, сила, однакова за величиною, напрямлена вгору і прикладена до маси m_2 з боку пружини. Якщо ця сила більша за вагу нижньої пластинки, то пластинка підстрибне. Отже, умова піднятгя нижньої пластинки є $kx_2 > m_2g$ або $x_2 > \frac{m_2g}{k}$.

Для того щоб пружина розтягнулась на x_2, її потрібно стиснути на величину x_1, яку можна знайти з закону збереження енергії: $\frac{kx_1^2}{2} = \frac{kx_2^2}{2} + mg(x_1 + x_2)$. Розв'язавши це рівняння і врахувавши, що $x_2 > \frac{m_2g}{k}$, дістанемо $x_1 > \frac{2m_1g}{k} + \frac{m_2g}{k}$.

Пружина стискається на величину x_1 під дією ваги пластинки m_1 і шуканої сили F, тобто $F + m_1g = kx_1$. Звідси шукана сила $F > (m_1 + m_2)g$.

(*Христенко Юрій*, середня школа № 33 м. Харкова).

4. Який з двох термометрів однакових розмірів ртутний чи спиртовий — інертніший і чому?

Розв'язування. Якщо термометри однакових розмірів, то в них однакові об'єми ртуті і спирту. В одиничному об'ємі міститься 0,8 одиниці маси спирту і 13,6 одиниці маси ртуті.

Щоб нагріти одиницю об'єму спирту на 1° С (нехай одиницею об'єму буде 1 *см*³ цієї рідини, тоді маса спирту — 0,8 *г*), потрібно витратити 0,464 *кал* теплоти, а для нагрівання такого самого об'єму ртуті — 0,448 *кал*.

Отже, одиниця об'єму спирту нагріватиметься на 1° С дещо довше, ніж одиниця об'єму ртуті.

Неабияке значення має теплопровідність цих рідин. Теплопровідність ртуті набагато більша, ніж спирту.

Таким чином, спиртовий термометр інертніший, ніж ртутний.

(*Кудинцева Ірина*, середня школа № 27 м. Харкова).

5. Вузький потік електронів у вакуумі пролітає між двома плоскими паралельними пластинами і примушує світитися флюоресціюючий екран, що стоїть за пластинами на відстані $l = 15$ *см*.

Коли на пластини подається напруга $U = 50$ *в*, пляма, що світиться, зміщується на відстань $s = 21$ *мм*. Відстань між пластинами $d = 18$ *мм*, довжина пластин $b = 6$ *см*. З якою швидкістю влітають електрони в простір між пластинами?

Розв'язування. Потрапляючи в простір між пластинами, електрон починає рухатися прискорено в напрямі, перпендикулярному до його початкової швидкості (рис. 175). Його прискорення

$a = \frac{Ue}{dm}$, де U — різниця потенціалів між пластинами, e — заряд електрона, m — його маса, d — відстань між пластинами.

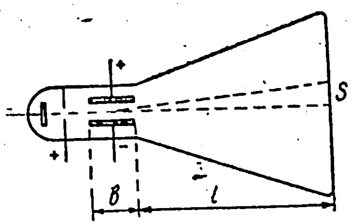


Рис. 175.

Час, протягом якого електрон перебуває між пластинами, можна визначити з формули $t = \frac{b}{v_0}$, де v_0 — початкова швидкість, b — довжина пластин. Відхилення електрона після виходу з пластин буде $s_0 = \frac{at^2}{2} = \frac{Ueb^2}{2dmv_0^2}$.

Вийшовши з простору між пластинами, електрон рухатиметься рівномірно з швидкістю v, яка розкладається на дві складові: v_t — паралельно до екрана і v_n — перпендикулярно до нього.

Оскільки прискорення весь час було перпендикулярним до швидкості v_0, очевидно, що $v_0 = v_n$.

Швидкість $v_t = at = \frac{Ueb}{dmv_0}$.

Час, протягом якого електрон досягне екрана, $t' = \frac{l}{v_0}$. За цей час електрон зміститься на $s' = v_t t' = \frac{Uebl}{dmv_0^2}$.

Загальне відхилення

$$s = s_0 + s' = \frac{Ueb^2}{2dmv_0^2} + \frac{Uebl}{dmv_0^2} = \frac{Ueb}{dmv_0^2}\left(\frac{b}{2} + l\right),$$

або

$$s = \frac{Ueb}{dmv_0^2}\left(\frac{b}{2} + l\right).$$

Звідси

$$v_0 = \sqrt{\frac{e}{m} \cdot \frac{Ub}{ds}\left(\frac{b}{2} + l\right)}.$$

Підставивши дані умови задачі та величину відношення заряду електрона до його маси, яке можна знайти у довідковій літературі, визначимо швидкість електрона в момент його входу в простір між пластинами: $v_0 \approx 1{,}58 \cdot 10^7$ *м/сек*.

(*Христенко Юрій*, середня школа № 33 м. Харкова).

6. Людина, знявши окуляри, читала книгу, тримаючи її на відстані 16 *см* від очей. Якої оптичної сили лінзи окулярів?

Розв'язування. Нехай фокусна відстань кришталика ока F_x, а відстань до зображення f_x. Тоді за формулою лінзи $\frac{1}{F_x} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_x}$, де $d_1 = 16$ *см*. З цієї формули $\frac{1}{f_x} = \frac{1}{F_x} - \frac{1}{d_1}$.

Якщо людина надіне окуляри, то фокусна відстань F_c системи окуляри — око буде: $\frac{1}{F_c} = \frac{1}{F_x} + \frac{1}{F_0}$, де F_0 — фокусна відстань лінзи окулярів. Відстань до зображення такої системи буде f_c.

Тоді можна записати, що $\frac{1}{F_c} = \frac{1}{d_н} + \frac{1}{f_c}$, де $d_н = 25$ *см* — відстань найкращого зору. З цієї формули $\frac{1}{f_c} = \frac{1}{F_c} - \frac{1}{d_н}$.

Але в обох випадках зображення буде нормальним, тобто $f_x = f_c$, тому $\frac{1}{F_c} - \frac{1}{d_н} = \frac{1}{F_x} - \frac{1}{d_1}$.

Підставивши в ліву частину рівняння значення $\frac{1}{F_c}$, дістанемо $\frac{1}{F_0} - \frac{1}{d_н} = -\frac{1}{d_1}$.

Нам треба знайти з цього рівняння величину $\frac{1}{F_0}$:

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{d_н} - \frac{1}{d_1}; \quad \frac{1}{F_0} = \frac{d_1 - d_н}{d_н \cdot d_1}; \quad \frac{1}{F_0} = D,$$

де D — оптична сила лінзи.

Отже, $D = \frac{0,16\ м - 0,25\ м}{0,16\ м \cdot 0,25\ м} = -\frac{9}{4}\frac{1}{м} = -2,25$ діоптрії.

(*Сатюков Анатолій*, середня школа № 33 м. Чернігова).

7. На вал динамомашини з постійним магнітом, замкненої на опір R, намотано нитку, до якої прив'язано тягар масою m. Опускаючись з швидкістю v, тягар обертає якір динамомашини.

З якою швидкістю v_1 підніматиметься цей тягар, якщо динамомашину ввімкнути як електродвигун у коло постійного струму з напругою U і з тим самим опором R?

Р о з в'я з у в а н н я. Потужність динамомашини повинна, за законом збереження енергії, дорівнювати механічній потужності, яка віддається при опусканні тягаря: $\frac{E^2}{R} = mgv$, звідки $E = \sqrt{mgRv}$.

Потужність, споживана електродвигуном, дорівнює сумі потужностей: тієї, що втрачається на омічному опорі R, і тієї, що витрачається на піднімання тягаря: $UI = I^2R + mgv_1$.

За законом Ома $I = \frac{U - E_1}{R}$, де E_1 — е. р. с. індукції, що виникає при обертанні якоря. Тоді попереднє рівняння запишемо так:

$$mgv_1 = \frac{U - E_1}{R} E_1.$$

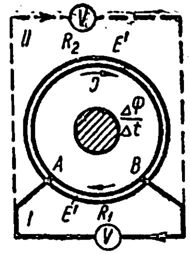


Рис. 176.

Е. р. с. індукції пропорціональна швидкості обертання якоря, тобто

$$E_1 = E\frac{v_1}{v} = v_1\sqrt{\frac{mgR}{v}}.$$

Розв'язавши останні два рівняння разом, дістанемо:

$$v_1 = \frac{U - v\sqrt{mgR}}{\sqrt{\frac{mgR}{v}}}.$$

(*Лева Фелікс*, середня школа № 3 м. Івано-Франківська).

8. Змінний магнітний потік Φ зосереджено поблизу осі кільцевого провідника. За яким законом повинен змінюватися потік Φ, щоб у провіднику виник постійний (за величиною і напрямом) струм?

Яку напругу покаже вольтметр (електростатичний або електромагнітний), підключений до точок A і B, що не лежать на кінцях одного і того самого діаметра? На більшій чи на меншій частині провідника покаже спад напруги вольтметр?

Р о з в'я з у в а н н я. Щоб у кінцевому провіднику виник постійний струм, швидкість зміни магнітного потоку $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ повинна бути сталою, тобто $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \text{const}$. Ця умова виконується, коли магнітний потік Φ змінюється з часом за лінійним законом, тобто $\Phi = kt + b$.

Коли змінюється магнітний потік, у кільцевому провіднику індукується електричне поле.

Це електричне поле створюється не електричними зарядами, а змінним у часі магнітним полем, тому між будь-якими двома точками A і B, взятими на кільці (рис. 176), різниця потенціалів завжди дорівнюватиме нулю. В кільці виникає е. р. с. індукції $E = -\frac{d\Phi}{dt} = E'l$, де E' — напруженість індукованого поля; l — довжина витка. У витку виникає струм $I = \frac{E}{R}$.

Незважаючи на відсутність різниці потенціалів між точками A і B, вольтметр, приєднаний до цих точок, завжди показуватиме напругу, яка залежить від способу вмикання вольтметра: в положенні I вольтметр дає менші покази, ніж у положенні II. Величини цих показів відповідно будуть $U_1 = E_1 = E'l_1 = IR_1$ і $U_2 = E_2 = E'l_2 = IR_2$, де R_1 і R_2 — відповідно опори дільниць кільця.

(*Рутенберг Михайло*, середня школа № 5 м. Луцька).

9. За допомогою фотоапарата, об'єктив якого має фокусну відстань 20 *см* і відносний отвір 1 : 10, дістали на пластинці чітке зображення предмета, віддаленого на 4 *м* від об'єктива. На якій відстані від об'єктива знаходяться предмети, зображення яких на тій самій пластинці дістали з розмитістю до 1 *мм*?

Р о з в'я з у в а н н я. Відстань фотоплівки від об'єктива не змінюється, тому, очевидно, що зображення з розмитістю до 1 *мм*

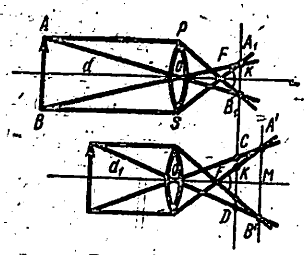


Рис. 177.

дістають при відстанях предмета від об'єктива, менших і більших за 4 *м*. Побудуємо зображення предмета, розташованого за 4 *м* від об'єктива і ближче, ніж за 4 *м* (рис. 177). Для спрощення розрахунків побудуємо зображення предмета, який дорівнює за висотою діаметру об'єктива.

Щоб розв'язати задачу, досить знати відстань OK і OM, тоді за формулою лінзи ми зможемо визначити відстань d_1. Для визначення відстані OM треба буде знати відстань OK і величину зображення A_1B_1. Виразимо їх через відомі величини. З формули лінзи $OK = \frac{dF}{d-F}$. З подібності трикутників FA_1B_1 і FPS можна записати $\frac{A_1B_1}{FK} = \frac{PS}{OF}$. Врахувавши, що $\frac{PS}{OF} = 0{,}1$, дістанемо $A_1B_1 = 0{,}1\,FK = 0{,}1\,(OK - OF) = 0{,}1\,\frac{F^2}{d-F}$.

З рисунка (рис. 177), видно, що трикутники $OA'B'$ і OCD подібні, тоді $\frac{A'B'}{A_1B_1 + 0{,}0002} = \frac{OM}{OK}$.

З другого боку, очевидно, що $A'B' = 0{,}1FM = 0{,}1\,(OM - OF)$. Підставивши значення $A'B'$ і A_1B_1 в попереднє рівняння і розв'язавши його відносно OM, дістанемо $OM = \frac{dF^2}{F(d-F) - 0{,}02\,(d-F)} = \frac{dF^2}{(d-F)(F-0{,}02)}$. Для спрощення розрахунків обчислимо величину OM: $OM \approx \frac{40}{171}$ *м*.

Тепер за формулою лінзи $d_1 = \frac{OM \cdot F}{OM - F} \approx 1{,}4$ *м*.

Аналогічно визначаємо відстань d_2.

(*Локтіонов Олександр*, середня школа № 1 м. Чугуєва).

10. Визначити кут між дзеркалами Френеля, якщо ширина зеленої інтерференційної смуги ($\lambda = 550$ *ммк*) дорівнює 0,2 *мм*. Відстань від лінії перетину дзеркал до джерела світла $a = 20$ *см*, а до екрана $b = 50$ *см*.

Розв'язування. Зеркала Френеля являють собою два плоских дзеркала, які утворюють кут, лише на кілька мінут менший за 180°. Джерело світла, відбиваючись у цих дзеркалах, дає два близько розташованих зображення S_1 і S_2. Промені, що виходять з цих зображень, утворюють на віддаленому екрані темні і світлі смуги. За шириною інтерференційної смуги можна визначити відстань між уявними джерелами світла.

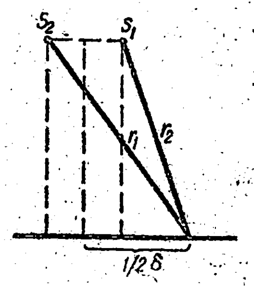


Рис. 178.

Позначивши через δ ширину інтерференційної смуги, через d — відстань між уявними джерелами світла, через $l = a + b$ — відстань від екрана до джерела світла, можна записати (рис. 178): $\lambda = \frac{\delta d}{l}$. Цю формулу легко вивести, розглянувши рисунок:

$$r_1^2 = l^2 + \left(\frac{\delta}{2} + \frac{d}{2}\right)^2 \text{ і } r_2^2 = l^2 + \left(\frac{\delta}{2} - \frac{d}{2}\right)^2.$$

Звідси $r_1^2 - r_2^2 = (r_1 + r_2)(r_1 - r_2) = \delta d$. Але $r_1 + r_2 \approx 2l$, тоді $r_1 - r_2 = \frac{\delta d}{2l}$. Оскільки хвилі гасяться за різниць ходу $\frac{\lambda}{2}$; $\frac{3}{2}\lambda$; $\frac{5}{2}\lambda$ і т. д., то для першої смуги $\frac{\lambda}{2} = \frac{\delta d}{2l}$, звідки $\lambda = \frac{\delta d}{l}$.

Але $d \approx a \cdot 2\alpha$, тоді $\alpha \approx \frac{d}{2a} = \frac{\lambda l}{2a\delta}$. Підставивши числові значення величин, дістанемо шукану величину кута α.

Примітка. Ця задача виявилася надто складною — учасники олімпіади її не розв'язали.

ЗМІСТ

	Стор. Задачі	Розв'язки
Передмова	3	
Задачі для учнів VI—VIII класів		
VI клас	5	66
VII клас	10	71
VIII клас	13	75
Задачі для учнів IX—X класів		
Механіка	19	82
Молекулярна фізика і теплота	37	119
Електрика	46	135
Оптика. Будова атома	60	160
Тексти і розв'язки задач запропонованих на I республіканській олімпіаді юних фізиків	174	
VIII клас	174	
IX клас	177	
X клас	180	

Семен Устинович Гончаренко
Евгений Леонидович Корженевич
ЗАДАЧИ ДЛЯ ФИЗИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД
(на украинском языке)

Издательство «Радянська школа» Комитета по печати при Совете Министров Украинской ССР

Редактор I. М. *Якименко.* Художній редактор *Г. І. Грибова.* Обкладинка художника *Л. Б. Сергія.* Технічний редактор *А. Г. Галкіна.* Коректор *Т. А. Прожогіна*

Здано до набору 19/I 1967 р. Підписано до друку 10/VIII 1967 р. Папір $84 \times 108^1/_{32}$, друк. № 3. Умовн. арк. 9,87, видавн. арк. 11,21. Тираж 63000. БФ 06119. Видавництво «Радянська школа» Комітету по пресі при Раді Міністрів Української РСР, Київ, вул. Юрія Коцюбинського, 5. Видавн. № 17559. Ціна 45 коп. Зам. № 7-231.

Віддруковано з матриць Друкоофсетної фабрики, Харків, вул. Енгельса, 11 в Білоцерківській книжковій друкарні Комітету по пресі при Раді Міністрів УРСР, вул. К. Маркса, 4. Зам. 678.